反應函數(response function)

對某一輸入 x(t)，其輸出為 y(t)，可以下列方程式的解表示時，稱為線性振動系

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2m\frac{dy}{dt} + n^2y = x$$

m 及 n 為常數。

例如風(輸入)引起海浪(輸出);海浪(輸入)引起海中塔振動或應力(輸出)等，均可視為線性振動系的解。

將輸入 x(t)中，週頻率為 f_k 成分 $X_k \exp(i2\pi f_k t)$ 取出，此輸入所產生的強制振動亦具有同樣週頻率。輸出 y(t)中，$Y_k \exp(i2\pi f_k t)$ 的振幅，只要將其代入上式，即可得

$$\begin{aligned} Y_K &= \frac{X_K}{n^2 - 4\pi^2 f_K^2 + i\,4\pi m f_K} \\ &= \frac{1/n^2}{1-\left(f_K/\bar{f}\right)^2 + 2\,i\,\zeta\left(f_K/\bar{f}\right)} X_K \qquad \text{(A)} \\ &= H(f_K)\,X_K \end{aligned}$$

H(f)稱為反應函數，可以下式表示

$$H(f) = \frac{1/n^2}{\sqrt{\left[1-\left(f/\bar{f}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\left(f/\bar{f}\right)^2\right]^2}}$$

$$= \left|H(f)\right| \exp\left[-\,i\,\phi(f)\right]$$

將振幅增幅率 $\left|H(f)\right|$ 及相位差 $\phi(f)$ 分離，H(f)是隨振動系常數 m，n 及作用外力週頻率而變的函數。

振動系構造複雜，欲求得 H(f)理論解比較困難，此時可測定輸入 x(t)及輸出 y(t)而求出 H(f)。

依能譜所述

$$2C_k C_k^{*} = 2\left|C_k\right|^2 = \left[A_k^{\,2} + B_k^{\,2}\right]/2$$

及(A)式，得

$$2Y_K^{*}Y_K = 2\left\{H(f_K)\,X_K\right\}^{*} H(f_K)\,X_K = 2\left|H(f)\right|^{2} X_K X_k^{*}$$

即

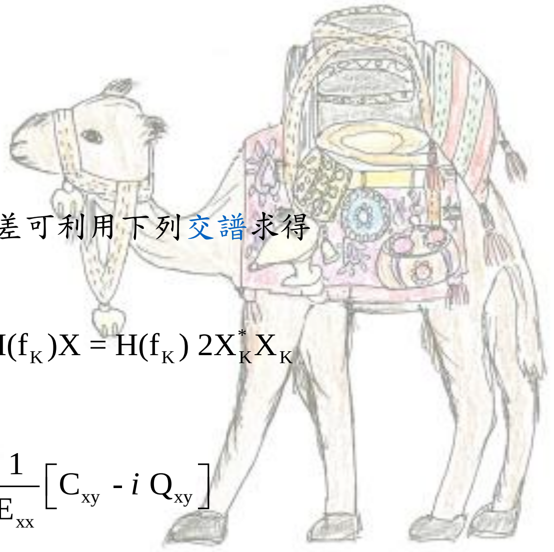
$$\left|H(f)\right|^{2} = \frac{E_{xx}}{E_{yy}}$$

即將輸出能譜除以輸入能譜，相位差可利用下列交譜求得

$$2X_K^{*}Y_K = 2X_K^{*}H(f_K)X = H(f_K)\,2X_K^{*}X_K$$

即

$$H(f) = \frac{E_{xx}}{E_{yy}} = \frac{1}{E_{xx}}\left[C_{xy} - i\,Q_{xy}\right]$$



載滿珠寶的駱駝

回海岸水力學　回分類索引　回海洋工作站
2011 埃及尼羅河之旅

載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈