

斜坡上孤立波碎波指针之数值研究

周宗仁 石瑞祥 韩文育

摘要 为探讨孤立波波浪受海岸渐变之斜坡地形影响所产生之碎波效应, 本文以边界元素法利用 Lagrange 描述水粒子运动之方法, 配合对时间项前进差分之方式来探讨孤立波于斜坡上之碎波形态、碎波指针、碎波波高、碎波水深及碎波速度等。研究结果显示这些物理量可以经由几个基本参数包括海底斜坡之坡度、入射波之波高与波形之尖锐度等来加以表示, 并提出一些关于孤立波碎波指针之数值近似经验公式, 经与其它学者所发表之结果大致上均有相当吻合的趋势。

关键词 边界元素法, 碎波指针, 孤立波。

Investigations on the Breaking Criterion for Solitary Waves on a Slopping Beach Using BEM

Abstract Studies of the breaking criterions for solitary waves on a slope are presented here in this paper. Boundary element method is used to model the processes of shoaling and breaking of solitary waves on various slopes. Empirical formulae that can be used to characterize the breaking of solitary waves are presented, including the breaking index, the wave height, the water depth, and the maximum particle velocity at the point of breaking.

Key words boundary element method, breaking index, solitary waves.

0 引言

欲降低极端海浪对海岸结构物之破坏, 必须对波浪碎波特性进行了解, 然彻底研究碎波之特性属相当困难的研究课题之一, 甚至可以说几乎是不可能的工作。早期大部份研究碎波相关物理量的专家学者均以实验配合影像处理技术如雷射或高速摄影机来探讨其特性, 如 Street & Camfield^[1] (1966) 与 Saeki^[2] (1971) 等。对于碎波时水分子之运动速度及能量变化等, 部份学者以雷射—都卜勒流速计 (LDA) 及高速照相机来量测流速, 但其物理量也只能概略性的叙述。故近年来开始尝试以不同的数值方法仿真碎波发生过程之波形及内部流场的变化, 如 Gotoh & Sakai^[3] (1999) 以 MPS 法仿真碎波过程水面与速度场之变化。

对于碎波之数值研究, Dommermuth & Yue^[4] 建议采用元素重新布置之技巧来达到稳定计算的目的。Grilli et al.^[5] 亦利用元素格点重新部署之方式以改善质量与能量逐渐增大的误差。然而, 对于

波浪于斜坡上碎波前后的性质, 包括碎波波高与碎波水深等在数值上之研究结果至今仍属有限。本研究尝试以边界元素法所建立的数值模式来探讨这些波浪碎波的特性, 由计算之结果提出适合孤立波碎波之经验公式并与其它学者之经验公式作比较。

1 理论分析与模式之建立

1.1 控制方程式

如图 1 所示之断面造波水槽示意图, x 轴以水平向右为正, z 轴以垂直向上为正, 离海岸线 $x=l$ 处设一虚拟造波板界面 Γ_1 , 使整个解析之领域形成一封闭之区域, 其中 Γ_2 、 Γ_3 及 Γ_4 分别表示自由水面、不透水斜坡面及不透水底面。假定领域内之流体为非粘性、非压缩性之理想流体, 当波浪自造波板往垂直岸壁之方向推进时, 领域内之流体运动具有一速度势 Φ , 此速度势应满足下列 Laplace 连续方程式:

2003 年 5 月 10 日收到。

周宗仁 (Zhou Zongren), 石瑞祥 (Shi Ruixiang), 韩文育 (Han Wenyu), 台湾海洋大学, 基隆。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

1) 自由水面上, 令大气压力恒为一定, 依动力学及运动学边界条件可得下列关系式

$$u = \frac{Dx}{Dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (2)$$

$$w = \frac{Dz}{Dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (3)$$

$$\frac{D\Phi}{Dt} + g\zeta - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] = 0 \quad (4)$$

其中, g 为重力加速度、 ζ 为水面变动之波形。

2) 斜坡面及水底面均为不透水, 故

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \quad (5)$$

其中, n 为法线方向之单位向量。

3) 虚拟造波板界面之水平移动速度 $U(t)$ 与水分子之水平速度必须连续, 故

$$\bar{\Phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial n} = -U(t) \quad (6)$$

根据 Boussinesq 之理论, 仿真孤立波时 $U(t)$ 可以表示如下

$$U(t) = H_0 \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot \text{sech}^2 \left[\sqrt{\frac{3H_0}{4h^3}} C(t-t_c) \right] \quad (7)$$

其中, H_0 、 g 及 h 分别为入射波波高、重力加速度及水深, C 为波速, t_c 为特征时间, 定义为造波板推出时间之一半。

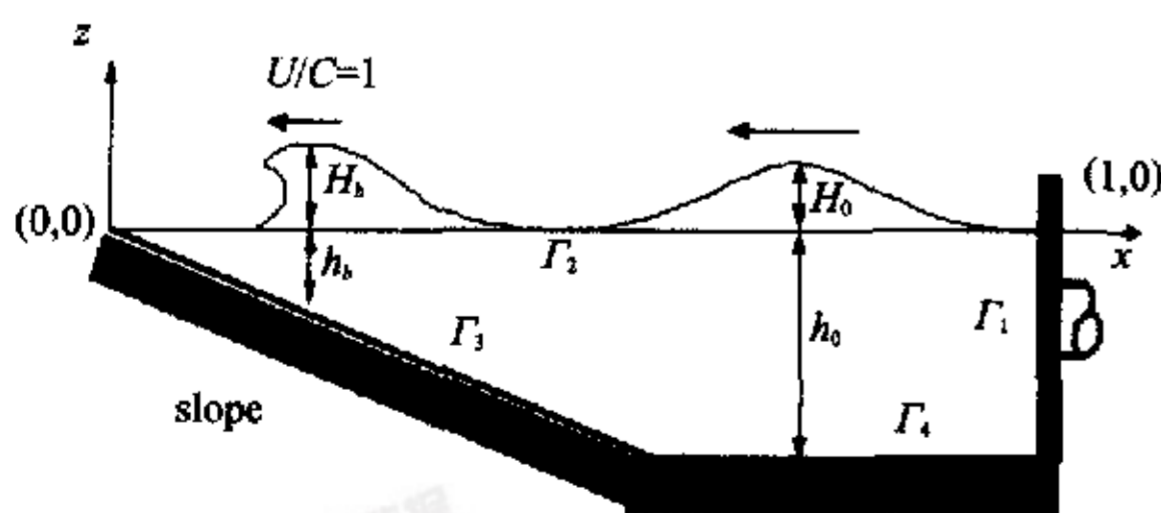


图 1 造波水槽示意图

Fig. 1 Definition sketch of wave maker

1.2 数值方法

根据 Green 第二定理, 领域内任意一点之速度势 $\Phi(x, z, t)$ 可由边界上之速度势 $\Phi(\xi, \eta, t)$ 及其对边界上法线方向之一次导函数 $\frac{\partial \Phi(\xi, \eta, t)}{\partial n}$ 来决定, 即领域内任意一点 (x, z) 之速度势可以下列积分方程式表示

$$\Phi(x, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_r \left\{ \frac{\partial \Phi(\xi, \eta, t)}{\partial n} \ln \left(\frac{1}{r} \right) - \Phi(\xi, \eta, t) \frac{\partial}{\partial n} \left[\ln \left(\frac{1}{r} \right) \right] \right\} ds \quad (8)$$

其中, $r = [(\xi-x)^2 + (\eta-z)^2]^{\frac{1}{2}}$ 。当领域内之任意 (ξ', η') 趋近于平滑之边界面 (ξ, η) 时, 其速度势则可由下列积分方程式表示

$$\Phi(\xi', \eta', t) = \frac{1}{\pi} \int_r \left\{ \frac{\partial \Phi(\xi, \eta, t)}{\partial n} \ln \left(\frac{1}{R} \right) - \Phi(\xi, \eta, t) \frac{\partial}{\partial n} \left[\ln \left(\frac{1}{R} \right) \right] \right\} ds \quad (9)$$

其中, $R = [(\xi-\xi')^2 + (\eta-\eta')^2]^{\frac{1}{2}}$ 。

各边界面 $\Gamma_1 \sim \Gamma_4$ 分别以一次度线形元素作为分离化元素, 上式经离散化后, 可以再化为下列之矩阵形式

$$[\Phi] = [O_{ij}] [\bar{\Phi}] \quad i, j = 1 \sim 4 \quad (10)$$

上式之 $[\Phi]$ 及 $[\bar{\Phi}]$ 分别表示边界上之速度势及其法线方向之导函数值, $[O]$ 为与边界几何形状有关之系数矩阵。详细过程请参阅 Chou 与 Ouyang (1999) [6]。

2 结果分析与讨论

2.1 碎波判断标准

波浪发生碎波及其碎波之型态主要影响因素为波形尖锐度、波高及海底之坡度。Battjes 建议以 Iribarren 数来作为判断碎波的指针, 而 Chou 等 [6] (1999) 曾对斜坡上孤立波碎波点之判断标准作详细的讨论。当波顶之水粒子水平速度 U 等于波速时 ($U/C=1$), 或波形前缘已呈垂直者均可视为碎波之临界点, 本研究即采用此为碎波判断之标准。波速

可由下式求得

$$C = \sqrt{gh} \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{H}{h} \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{H}{h} \right)^2 + \frac{1}{16} \left(\frac{H}{h} \right)^3 - \frac{5}{128} \left(\frac{H}{h} \right)^4 \right] \quad (11)$$

碎波形式一般分类为溢出波 (spilling)、卷入波 (plunging) 及涌波 (surging), 介于卷入波与涌波间有部分学者称之为溃波 (collapsing)。本文将孤立波碎波分为溢出波、卷入波、卷入同时溯上 (surging with runup) 及非碎波 (non-breaking) 等四种情况, 以 $U/C=1$ 当作临界碎波的条件。部分由本文模式所求得之碎波波高 H_b/h_0 及相对碎波波高 H_b/h_0 与 Grilli 等人之结果作比较, 列于表 1 中。

表 1 本文结果与 Grilli 等人 (1997) 结果之比较

Tab. 1 Comparison between present results with those of Grilli et al. (1997)

Slope	H_0/h_0	H_b/h_0 Chou	H_b/h_0 Grilli	H_b/h_0 Chou	H_b/h_0 Grilli
1: 15	0.30	1.688	2.651	0.407	0.398
1: 20	0.20	1.636	2.104	0.334	0.332
1: 35	0.10	1.240	1.950	0.210	0.203
1: 35	0.15	1.336	1.473	0.330	0.296
1: 35	0.20	1.330	1.402	0.402	0.364
1: 35	0.25	1.314	1.385	0.465	0.422
1: 35	0.30	1.283	1.380	0.514	0.476
1: 35	0.40	1.260	1.378	0.614	0.592

2.2 碎波临界点与碎波特征之预测

2.2.1 碎波指针与碎波型态

对于碎波型态之分类, Galvin (1968)、Weggel (1972) 及 Battjes [7] (1974) 等人均曾提出不同之判别式。Battjes 建议以碎波之相似参数 (surf similarity parameter) 来判断。本文研究孤立波碎波型态与坡度之关系如图 2 所示。NB、PR、PL 及 SP 分别表示非碎波、卷入同时溯上、卷入波及溢出波四种碎波之型态。

图中 NB 与 PR 碎波型态之界定为

$$\frac{H_0}{h_0} = 1.295S^{0.828} \quad (12)$$

其中, H_0/h_0 及 S 分别为入射波相对波高及斜坡坡度, 亦即孤立波发生碎波之条件为

$$\frac{H_0}{h_0} > 1.295S^{0.828} \quad (13)$$

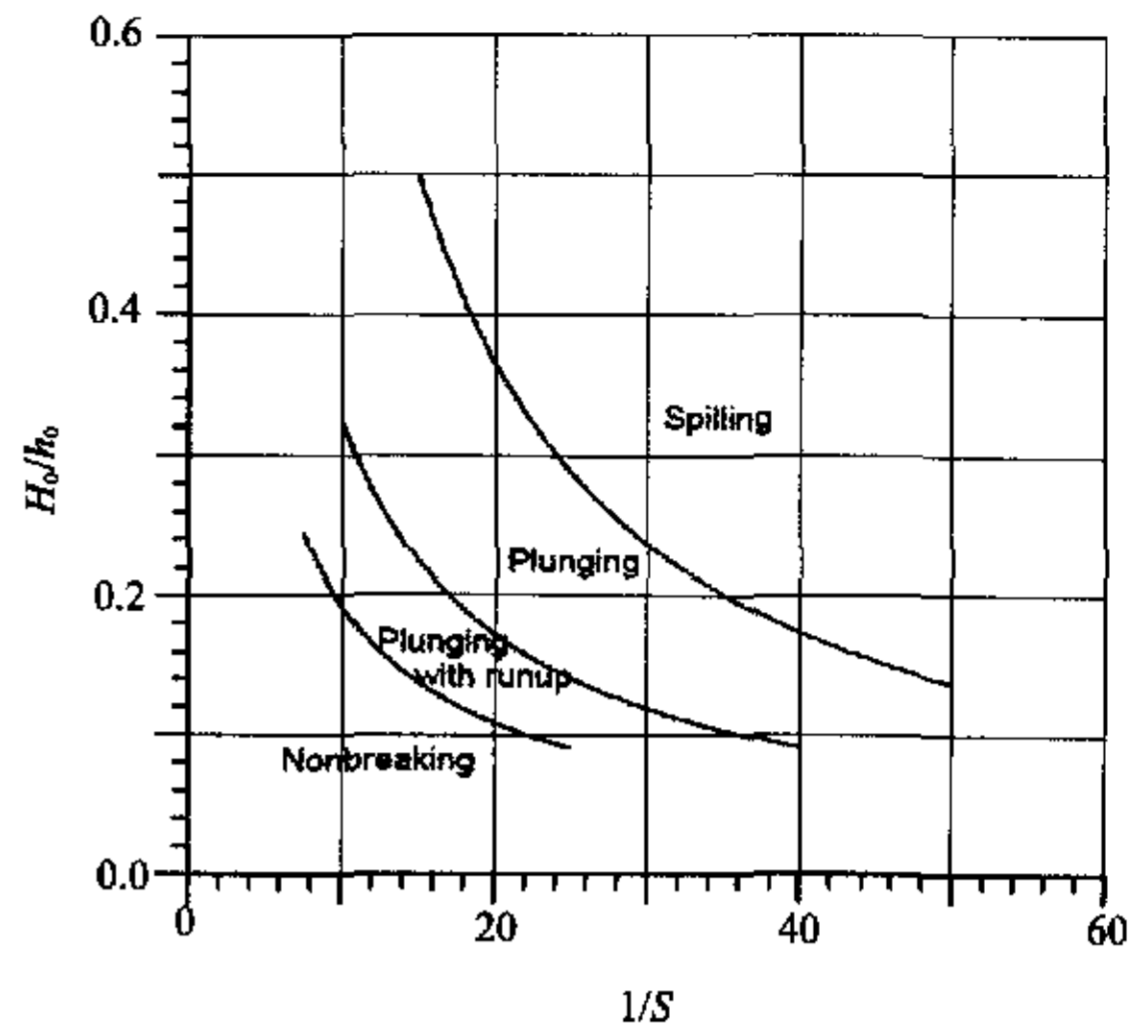


图 2 孤立波碎波型态与底床坡度及入射波高

Fig. 2 Estimations of breaker type corresponding to slopes and related incident wave heights

Grilli 等利用最小二乘法建议以 $H_0/h_0 > 16.9S^2$ 为碎波条件。另外 Synolakis [8] 利用非线性浅水波方程式建议以 $H_0/h_0 > 0.818S^{1.09}$ 为界定。三者之比较如图 3 所示。

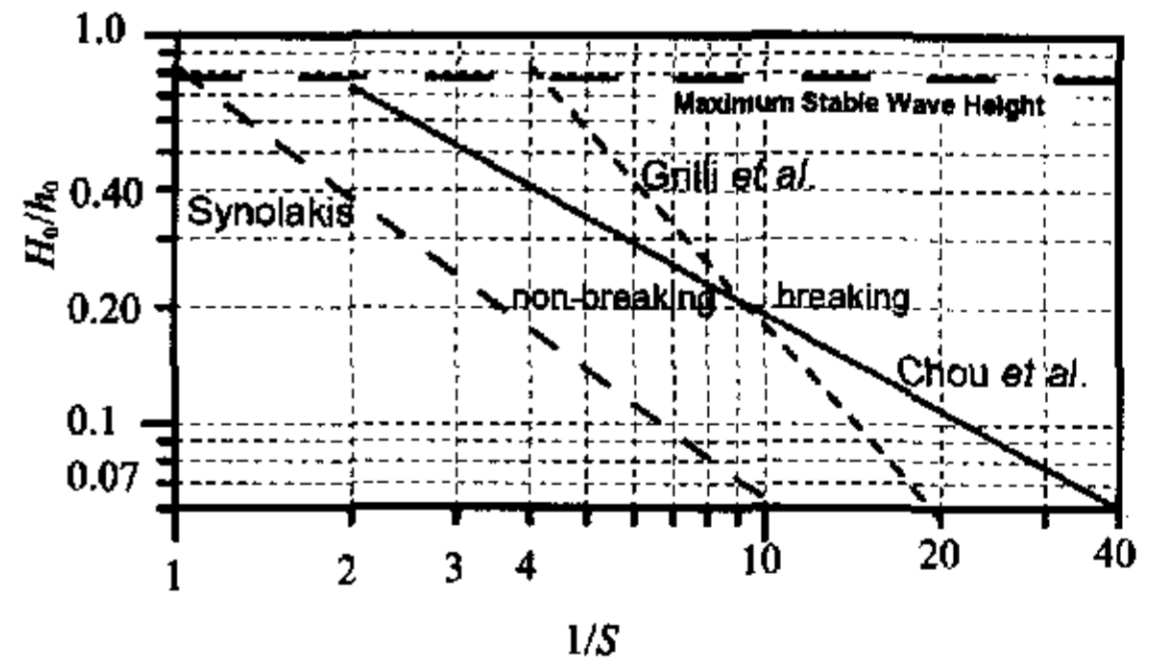


图 3 孤立波碎波指针

Fig. 3 Wave breaking criterion for solitary waves on slopes

当碎波有明显的溯上情形, 并同时有卷入碎波之特性时即归为 PR 型, 其发生之范围为

$$1.295S^{0.828} < \frac{H_0}{h_0} < 2.684S^{0.917} \quad (14)$$

波形尖锐度小之孤立波在陡坡之海滩通常会形成卷波型碎波, 其发生条件即范围可由下式来表示

$$2.684S^{0.917} < \frac{H_0}{h_0} < 9.2S^{1.076} \quad (15)$$

随着波高尖锐度逐渐增大及坡度减缓时便产生溢出波，溢出波之发生条件可由下式来表示

$$\frac{H_0}{h_0} > 9.2S^{1.076} \quad (16)$$

2.2.2 碎波波高与碎波水深比 H_b/h_b

由于碎波波高受水深之限制，波高较大之波浪传播至海岸附近某一定水深处便会发生碎波，根据 Camfield and Street [9] 之实验结果显示孤立波在等水深极限波高值为 $H_0/h_0=0.78$ ，而 H_b/h_b 与坡度之关系，Camfield [9] 等以实验之方式得到下列之经验公式

$$\frac{H_b}{h_b} = 0.75 + 25S - 112S^2 + 3870S^3 \quad (17)$$

Grilli [5] 以最小二乘法建议以下式来推算

$$\frac{H_b}{h_b} = 0.841 \exp(6.421S_0) \quad (18)$$

其中， $S_0 = S/(h_0/L_0)$ 。

本文模式所仿真之结果经分析整理后如图 4 所示。

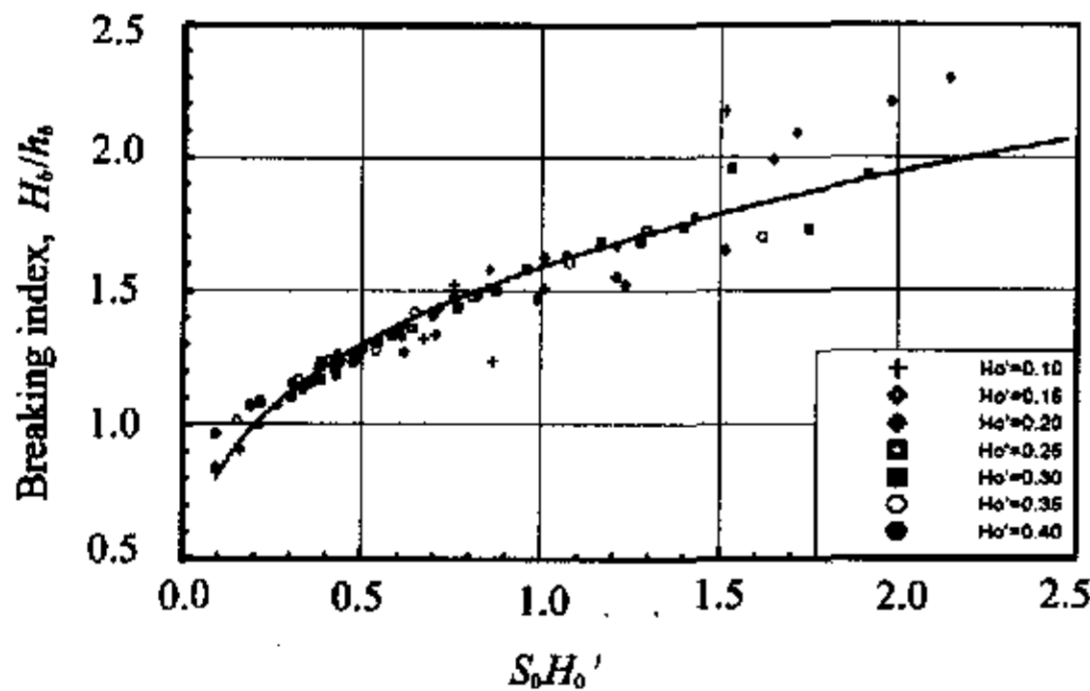


图 4 碎波指针 H_b/h_b 与无因次坡度间之关系

Fig. 4 Regression of breaking index H_b/h_b for solitary wave on slopes

任意波高之碎波波高与碎波水深比 H_b/h_b 可由下式估算求得

$$\frac{H_b}{h_b} = 1.590(S_0 H_0')^{0.291} \quad (19)$$

当海底坡度较陡或相对波长较长时，即 $S_0' > 1.5$ ， H_b/h_b 值较分散而不集中，但相对的其 H_b/h_b 值亦较大，大约介于 1.5 与 2.5 之间。由图 2 发现这些点大致上均属于 PR 碎波型态。

利用式 (19) 计算不同入射波高 H_0' 所对应的 H_b/h_b 与海底坡度 S 之关系，如图 5 所示。对同坡度之海底而言，入射波高较小时， H_b/h_b 之值较波高较大者大；而入射波高条件相同时，其 H_b/h_b 值在陡坡度时远较缓坡时来的大。随着底床坡度由陡坡变缓坡碎波型态也由 PR 转变为 PL。而 PR 碎波形态是介于非碎波 NB 与 PL 两者之间，碎波位置比较接近海岸线，故碎波波高与碎波水深之比值 H_b/h_b 比较大，可以达到碎波水深的 2~2.5 倍；而 PL 型态则离岸线较远，故 H_b/h_b 值较小，但也可达到水深的 1.4~2 倍。对入射波高较大者 ($H_0'/h_0 > 0.15$)，碎波型态随者底床坡度由陡坡变缓而由 PL 型转变为 SP 型，Yasuda et al. (1997) 之研究结果亦显示相同入射波高之孤立波由于坡度改变之关系，发生 PL 型碎波之位置比 SP 型碎波接近岸边，故陡坡时 H_b/h_b 较缓坡时大。

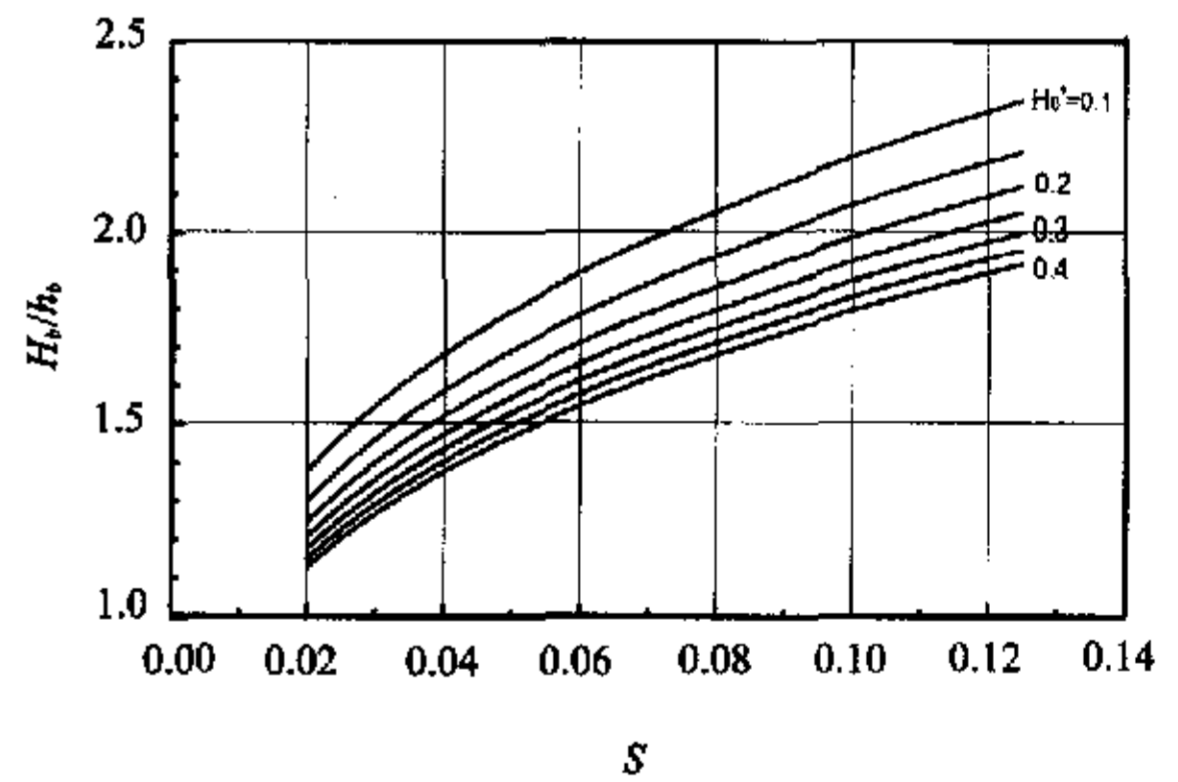


图 5 H_b/h_b 与海底坡度 S 之关系

Fig. 5 Relation of H_b/h_b versus bottom slope S

2.2.3 碎波前后波高之变化 H_b/H_0

波浪传递至海岸附近时，因浅化作用导致波速减慢而波形尖锐度变大，波高逐渐增高。图 6 可以发现碎波前后之波高比值 H_b/H_0 与海底坡度 S 、相对水深 h_0/L_0 及相对波高 H_0/h_0 平方之乘积间有一明显的趋势，可由下列之经验公式来表示

$$\frac{H_b}{H_0} = 0.785(S_0 H_0'^3)^{-0.251} \quad (20)$$

利用式 (20) 可以由外海入射波浪之波高值推估传递至海岸附近时所可能产生的最大波高值, H_b/H_0 与海底坡度 S 之关系如图 7 所示。图中可知 H_0/h_0 较小的波浪 H_b/H_0 在斜坡上之变化量较大 (1.7~2.7), 反之入射波高较大者其变化量较小 (1.1~1.6)。

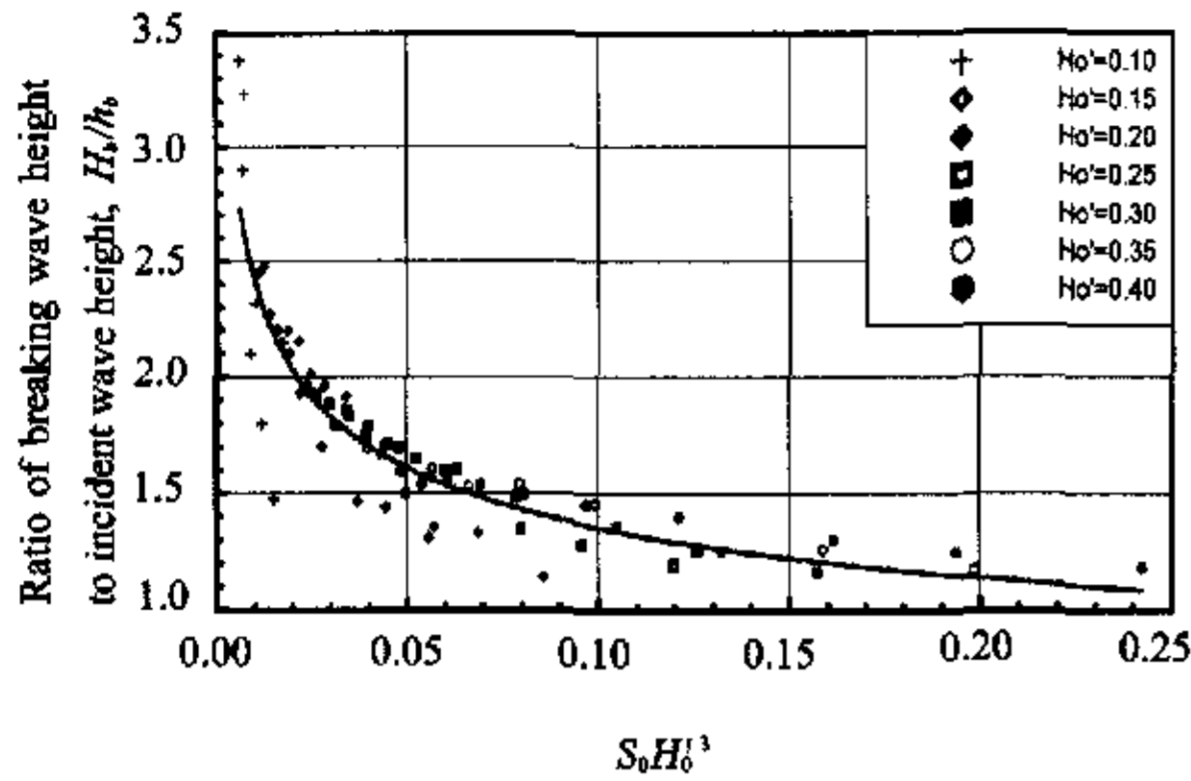


图 6 碎波前后波高变化与入射波高之关系图

Fig. 6 Comparisons between H_b/H_0 before and after breaking

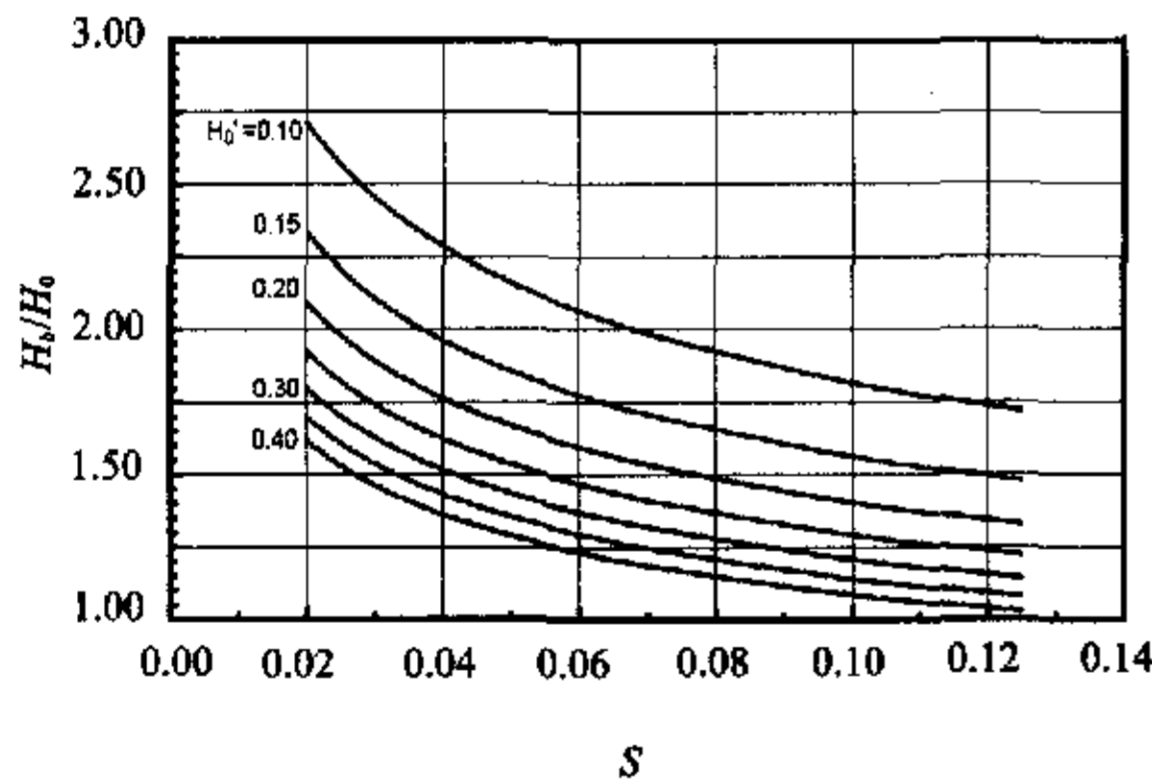


图 7 碎波前后波高变化与坡度及入射波高之关系

Fig. 7 Relations of H_b/H_0 , H_0/h_0 and slopes S

2.2.4 碎波速度

碎波所产生的运动流场非常复杂, 无法求出正确的理论解。对于碎波流场结构之研究, Ting & Kirby^[10] 以实验方式利用雷射—都卜勒流速计 (LDA) 量得椭圆函数波 (cnoidal wave) 碎波流场之速度变化。Grilli 等 (1997) 提出之碎波波峰速度 c_b' 数值经验公式为:

$$c_b' = 0.466 + 2.58H_0' - 1.82H_0'^2 \quad (21)$$

影响因素仅有入射波波高。然根据 Yasuda^[12]

等所作的研究得知碎波水分子之速度应与碎波形态有关。随着波浪向海岸推进, 周期 T 不变而波长 L 变短, 波速 $C=L/T$ 因此减慢; 当达到 $U/C=1$ 时即发生碎波。本文利用各时刻水分子之运动轨迹对时间作前进差分, 求得碎波时水分子运动之瞬时速度 C_b 与海底坡度之关系如图 8 所示, 其中 C_0 为初始入射波速。由数值仿真之结果分析得

$$\frac{C_b}{C_0} = 0.91384 \exp(-0.07S_0) \quad (22)$$

利用式 (22), 可求得 H_b' 、 C_b/C_0 与坡度 S 之关系如图 9 所示。在相同坡度之斜坡上入射波高大者因受 H/h 之限制, 其碎波位置较入射波高较小者远离岸线, 故 C_b 较接近 C_0 , 即 C_b/C_0 值较大, 反之波高较小者 C_b/C_0 较小。Yasuda^[12] 等之研究显示, 相同入射波高在等水深条件之情况下, 卷入波水分子最大运动速度比溢出波大。本文研究同时考量入射波条件及坡度, 参考图 2 之碎波分类图, H_0/h_0 相同时 (如 $H_0/h_0=0.2$) 孤立波之碎波形态随着坡度的变缓由 NB、PR、PL 到 SP。对坡度相同 (如 Slope=1:20) 碎波形态随着 H_0/h_0 的增大亦有相同的趋势, 由图 8 发现 C_b/C_0 值之大小及变化趋势与碎波之形态有关。

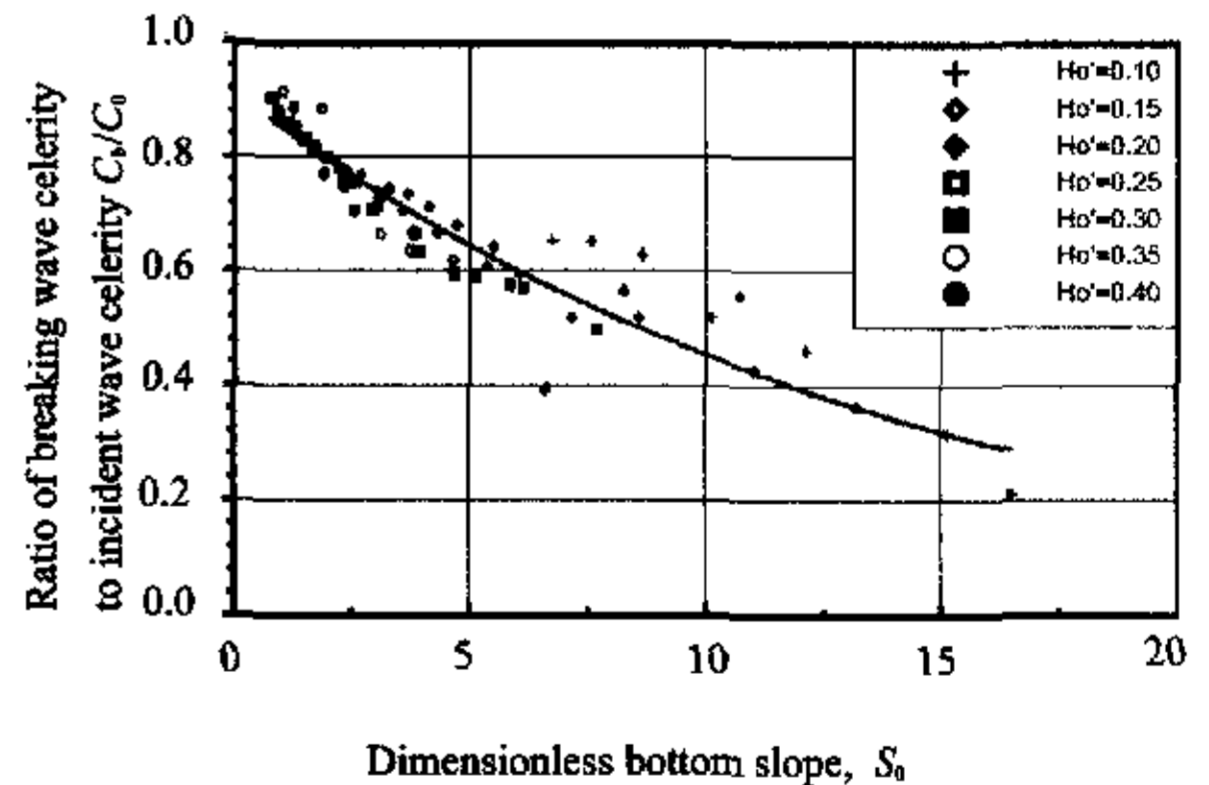


图 8 碎波波速变化与坡度及入射波高之关系

Fig. 8 Regression of breaking wave celerity C_b/C_0 ratio for solitary waves on slopes

3 结论

以边界元素法仿真孤立波于斜坡上之碎波过程, 探讨孤立波之碎波指针、碎波波高、碎波水深与碎波速度。结果显示这些物理量之估算近似值可由斜坡坡度 S 、入射波波高 H_0/h_0 与波形尖锐度 H_0/L_0

等参数以经验公式求得, 经分析后得到下列之结论:

1) 碎波指针在入射波高 $H_0/h_0 > 0.2$ 时, 发生碎波之坡度条件介于 Synolakis 与 Grilli 的结果之间; 而 $H_0/h_0 < 0.2$ 时发生碎波之坡度条件则较这些学者的结果为缓。

2) 入射波高较小时, 其碎波波高与碎波水深之比值 H_b/h_b 在同坡度之条件下较波高较大者大。当入射波高条件相同时, 碎波波高水深比值则在缓坡度时远较陡坡时来的大, 此与斜坡上发生碎波之型态有关。

3) 外海入射孤立波之波高传递至海岸附近时之波高变化量 H_b/H_0 与入射波高 H_0/h_0 及海底坡度 S_0 有关系。入射波高小时之变化量较大 (1.7~2.7), 反之入射波高较大者其变化量较小 (1.1~1.6)。

4) 对于碎波波速之探讨, 本文之研究结果则同时考量入射波条件及底床坡度。参考其碎波之型态, 随着坡度的变缓由 NB、PR、PL 到 SP, C_b/C_0 值之大小及变化趋势与碎波之型态有关。

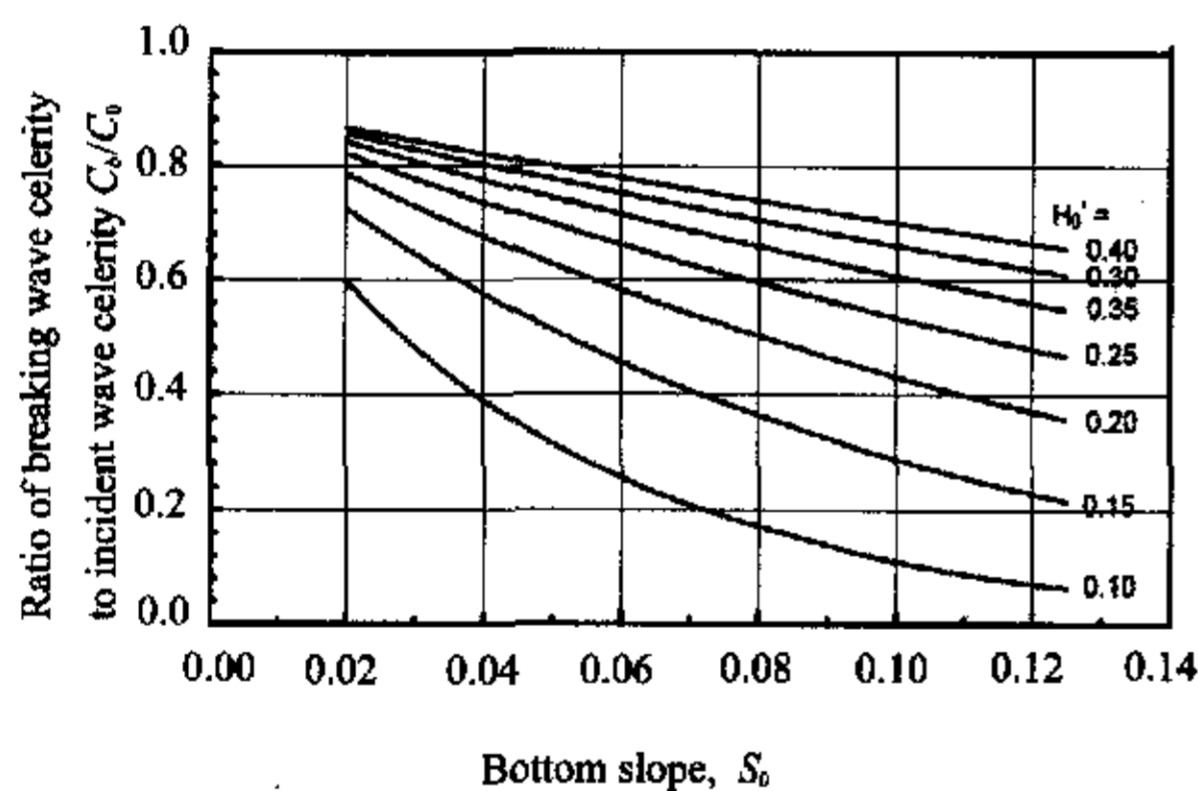


图9 无因次波高 H_0/h_0 , C_b/C_0 与坡度 S_0 之关系

Fig. 9 Relation between H_0/h_0 , C_b/C_0 and S_0

参考文献

- 1 R L Street, F E Camfield. Observations and experiments on solitary wave deformation. Proc 10th Conf Coastal Eng, 1966,284-301
- 2 H Saeki, S Hanayasu, A Ozaki, et al.. The shoaling and run-up height of the solitary wave. Coastal Engineering in Japan, 1971, (14): 25-42
- 3 H Gotoh, T Sakai. Lagrangian simulation of breaking waves using particle method. Coastal Engineering Journal, 41, (3&4): 303-326
- 4 D G Dommermuth, D K P Yue, W M Lin, et al.. Deep-water plunging breakers: a comparison between potential theory and experiments. J Fluid Mech, 1988, (189): 423-442
- 5 S T Grilli, I A Svendsen, R Subramanya. Breaking criterion and characteristics for solitary waves on slopes. Journal of Waterway, Port Coastal and Ocean Engineering, ASCE, 1997,123 (3): 102-112
- 6 C R Chou, K Quyang. The deformation of solitary waves on steep slopes. Journal of the Chinese Institute of Engineers, 1999,22 (6): 805-812
- 7 J A Battjes. Surf Similarity. 14th Proc Conf On Coastal Engineering, 1974,466-480
- 8 C E Synolakis. The runup of solitary waves. J Fluid Mech, 1987, (185): 523-545
- 9 F E Camfield, R L Street. The effects of bottom configuration on the deformation, breaking and run-up of solitary waves. Coastal Engineering, 1966,173-189
- 10 F C K Ting, J T Kirby. Observation of undertow and turbulence in a laboratory surf zone. Coastal Engineering, 1994, (24): 51-80
- 11 T Yasuda, H Mutsuda, N Mizutani. Kinematics of overturning solitary waves and their relations to breaker types. Coastal Engineering, 1997, (29): 317-346