

大型圓柱體對等水深波流共存場的影響

周宗仁¹ 嚴信賢²

關鍵詞：邊界元素法、波流共存場、杜普勒效應、視角週頻率

摘 要

本文以邊界元素法計算位於波流共存場中大型圓柱體所受的波力及其附近海域的波高分佈，藉以探討等水深海域大型圓柱體與波流共存場的相互影響。波流共存場的速度勢係以定常水流速度勢及以考量流效應（即杜普勒效應）之非定常波浪速度勢的合成表示。解析方法首先以二次度邊界元素法計算大型圓柱體附近之平面定常流的流速分佈，然後利用杜普勒效應求出各計算點視角週頻率變化，最後以三次度邊界元素法解析波流共存場中的非定常波浪速度勢。本研究經與文獻之相關解析比較，發現趨勢相當吻合。

INFLUENCES OF A LARGE CYLINDER ON A WAVE-CURRENT FIELD WITH CONSTANT WATER DEPTH

Chung-Ren Chou and Shinn-Shan Yan

Department of Harbor and River Engineering
National Taiwan Ocean University
Keelung, Taiwan 20224, R.O.C.

Key Words: boundary element method, wave-current field, Doppler's effect, apparent wave frequency.

ABSTRACT

The boundary element method is applied to calculating the wave force on a large cylinder and the wave height distributions around the cylinder. Influences of a large cylinder on a wave-current field with constant depth are studied. The velocity potential of a wave-current field can be expressed as a sum of a steady current potential and a unsteady wave potential including effects of current (Doppler's effect). The current velocity distribution around the cylinder is first determined by the 2-D boundary element method. The Doppler's effect is used to calculate the apparent wave frequencies in wave-current field, and the 3-D boundary element method is used to analyze the unsteady wave potential. The wave force on cylinder in the absence of current is calculated. Numerical results are compared with the analytical solution for zero-current. Agreements are satisfactory.

¹ 國立海洋大學河海工程學系教授

² 國立海洋大學河海工程學系博士班研究生

大型圓柱體周圍等水深波流共存場之影響前景

在實際海洋中，波浪與流常是同時存在且相互影響，尤其在大型結構物周邊，波流共存場的交互作用相當複雜且重要，因此探討大型海岸結構物附近波浪特性時應將流效應列入考量，方能合理解析該等結構物所受之波力。

關於波浪、水流交互作用之研究過去已有許多學者專家從理論、數值及實驗等各方面進行研究，如 Longuet-Higgins 與 Stewart[1] 提出輻射應力觀念及攝動展開法解析波流交互作用，Peregrine[2] 應用輻射應力的觀念探討波流的交互作用，Thmoas[3] 分別以數值和實驗的方法討論線性波與流的交互作用，陳及莊[4] 應用攝動展開法求波流交互作用至第三階的解析解，Newman[5] 研究在波流場中船舶的運動，Grue 與 Palm[6] 探討均勻水流中，潛體引起波浪的散射與繞射現象，Eatock 等人 [7] 以勢流理論分析在長波範圍中以低速前進的物體所受的漂流力，Zhao 與 Faltinsen[8] 研究無限水深中，自由表面處二維物體與波流場的交互作用，Isaacson 與 Cheung[9] 以時間領域法研究二維物體與波流共存場的交互作用，松井等[10] 以勢流理論和微變法解析波流共存場中垂直圓柱所受的波力，林及蕭[11] 應用表面漩渦法和邊界元素法研究等水深時水流影響下大型結構物所受之波力。

以往一些學者如 Longuet-Higgins 與 Stewart[1] 和林及蕭[11] 等，視波流共存場的角週頻率為一定值，探討波流交互作用時的波長變化；但依杜普勒效應而言，波浪之視角週頻率將受水流速度影響而改變，本文引用文獻 [5][9]，假設水流速度很小及波浪為微小振幅波運動時，可將波流共存場的速度勢以定常水流速度勢和非定常波浪速度勢的合成表示，其中定常水流速度勢為水流受圓柱影響的速度勢，非定常波浪速度勢為將流效應（即杜普勒效應）考量在內的波浪速度勢。解析方法首先利用二次度邊界元素法計算出水流受圓柱影響的定常水流速度勢及其附近的流速度分佈；對特定波浪，當流不存在時的角週頻率已知時，可應用杜普勒效應 (Doppler's effect) 公式求出波浪在任意解析點受水流速度影響的視角週頻率，經以三次度邊界元素法計算出波流共存場受圓柱影響的非定常波浪速度勢，再將此非定常波浪速度勢與定常流速度勢組合，即可求得波流共存場中大型圓柱體周邊的速度勢。換言之，本文探討波、流、結構物間相互作用係直接透過三次度邊界元素法解析，以此解決二次度邊界元素法無法解析上述三者間交互作用之問題。雖本文為解析方便僅以等水深大型圓柱體為計算例，然利用本數值模式可擴展分析任意形狀、水深之海岸結構物與波流共存場的相互影響。

二、理論分析及數值方法

如圖 1 所示，一繞射效應顯著之大型圓柱體（當 $D/L > 0.2$ ，假設可忽略圓柱附近分離流的影響，其中 D 為圓柱直徑， L 為入射波波長[12]）存在於等水深海域的

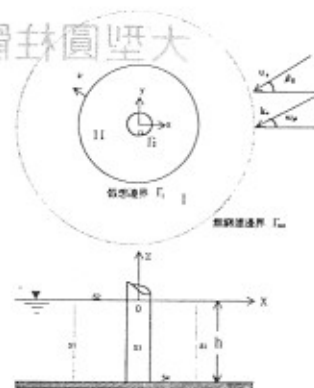


圖 1 定義圖

波流共存場中， $o-xyz$ 為空間固定座標系，取靜水面為 xy 平面， z 軸向上為正，水深為 h 。

在距離圓柱極遠處（通常以入射波波長的一半以上即可[13,14]）設置一假想邊界 Γ_1 將流體領域分成外領域 I 及圓柱附近領域 II，假設兩領域的流體運動為非黏性、非壓縮性的理想流體且為非旋轉性運動，則兩領域流體運動均應持有一速度勢 $\Phi(x, y, z; t)$ 並滿足 Laplace 方程式 ($\nabla^2 \Phi = 0$)。假設在離圓柱無限遠處，有一與 x 軸呈 β_0 角之平面等速流 U_0 （假設水深方向速度不變）流入和具一定角週頻率 σ_0 ($= 2\pi/T$, T 為波浪的週期)、振幅為 ζ_0 並與 x 軸呈 ω_0 角的簡諧波入射，若考慮福祿數 ($F_r = U_0/\sqrt{gh}$, g 為重力加速度, h 為水深)、波浪振幅 ζ_0 均微小時，依[5,9] 所述方法，可將等水深波流共存場的速度勢 $\Phi(x, y, z; t)$ 表示成定常水流速度勢 $\Phi^C(x, y)$ 和將流效應（即杜普勒效應）考量在內的非定常波浪速度勢 $\Phi^W(x, y, z; t)$ 的合成：

$$\Phi(x, y, z; t) = \Phi^C(x, y) + \Phi^W(x, y, z; t) \quad (1)$$

其中 Φ^C 、 Φ^W 均滿足 Laplace 方程式。

2.1 定常水流速度勢 Φ^C

2.1.1 領域 I 定常水流速度勢 $\varphi^{(1)}$

領域 I 定常水流速度勢 $\varphi^{(1)}$ 可以由圓柱不存在時，無限遠處等速流 U_0 產生的速度勢 φ^0 及等速流 U_0 受圓柱影響產生的定常擾動速度勢 φ^* 之合成表示[9]：

$$\varphi^{(1)} = \varphi^0 + \varphi^* \quad (2)$$

其中 $\varphi^0 = -U_0(x \cos \beta_0 + y \sin \beta_0)$, β_0 表示在無限遠處流與 x 軸的交角，定常擾動速度勢 φ^* 滿足 Laplace 方程式：

$$\frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial y^2} = 0 \quad (3)$$

定常擾動速度勢 φ^* 在自由水面、不透水海底及距圓柱無限遠處之邊界條件分別為：

$$\frac{\partial \varphi^*}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varphi^*}{\partial z} = 0, \quad z = -h \quad (5)$$

$$\varphi^* = 0, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty \quad (6)$$

根據 Green 第二定理[15]，定常擾動速度勢 φ^* 可由下列之邊界積分方程式求得：

$$c\varphi^*(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_1} \left[\frac{\partial \varphi^*(\xi, \eta)}{\partial \nu} \ln \frac{1}{r} - \varphi^*(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(\ln \frac{1}{r} \right) \right] ds \quad (7)$$

上式中的 $\varphi^*(\xi, \eta)$ 及 $\partial \varphi^*(\xi, \eta)/\partial \nu (= \bar{\varphi}^*)$ 分別表示在假想邊界 Γ_1 的速度勢和向外法線方向的速度勢導函數。 $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ ，在形狀平滑的邊界上，當 $(x, y) \rightarrow (\xi, \eta)$ 時， $c = 1/2$ ，在領域內時， $c = 1$ 。為進行數值計算，將邊界 Γ_1 分割成 N_1 個一定線元素 (constant line element) Γ_j ，假定元素 Γ_j 內的函數值一定，以該元素之中央節點值為代表，在 $c = 1/2$ 的情況下對式 (7) 加以離散化，並以下列的矩陣形式表示：

$$\{\varphi^*\} = \{k^*\} \{\bar{\varphi}^*\} \quad (8)$$

其中 $\{\varphi^*\} = \varphi_j^*$, $j = 1, 2, \dots, N_1$

$$\{\bar{\varphi}^*\} = \bar{\varphi}_j^*$$

$$\{k^*\} = \{h^*\}^{-1} \{g^*\}$$

$$\{h^*\} = h_{ij}^*, \quad i, j = 1, 2, \dots, N_1$$

$$\{g^*\} = g_{ij}^* \quad (9)$$

$$h_{ij}^* = \begin{cases} \bar{h}_{ij} & (i \neq j) \\ \bar{h}_{ij} + \frac{1}{2} & (i = j) \end{cases}$$

$$\bar{h}_{ij} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(\ln \frac{1}{r} \right) ds$$

$$g_{ij}^* = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_j} \ln \frac{1}{r} ds$$

式 (9) 中的 $\{\varphi^*\}$ 及 $\{\bar{\varphi}^*\}$ 分別是假想邊界 Γ_1 上的速度勢和向外法線方向速度勢的導函數， $\{k^*\}$ 為由邊界形狀決定的相關係數矩陣，詳細數值計算方法請參考 Brebbia 等 [16] 或周 [17]。

2.1.2 領域 II 定常流的速度勢 $\varphi^{(2)}$

在領域 II，定常水流速度勢 $\varphi^{(2)}$ 為受圓柱影響的水流速度勢， $\varphi^{(2)}$ 亦滿足 Laplace 方程式：

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial y^2} = 0 \quad (10)$$

定常水流速度勢 $\varphi^{(2)}$ 在自由水面、不透水海底及固定不透水圓柱上的邊界條件分別為：

$$\frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial z} = 0, \quad z = -h \quad (12)$$

$$\frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial \nu} = 0, \quad \text{在邊界 } \Gamma_2 \text{ 上} \quad (13)$$

又因領域 I、II 的流體運動在假想邊界 Γ_1 的質量及能量流束 (flux) 必須連續的條件得：

$$\frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial \nu} = \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial \nu} \quad (14)$$

$$\varphi^{(2)} = \varphi^{(1)} \quad (15)$$

根據 Green 第二定理[15]，定常水流速度勢 $\varphi^{(2)}$ 可由下列之邊界積分方程式求得：

$$c\varphi^{(2)}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma_1 + \Gamma_2} \left[\frac{\partial \varphi^{(2)}(\xi, \eta)}{\partial \nu} \ln \frac{1}{r} - \varphi^{(2)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(\ln \frac{1}{r} \right) \right] ds \quad (16)$$

上式中的 $\varphi^{(2)}(\xi, \eta)$ 及 $\partial \varphi^{(2)}(\xi, \eta)/\partial \nu (= \bar{\varphi}^{(2)})$ 分別表示在邊界 Γ_1 及 Γ_2 的速度勢和向外法線方向的速度勢導函數。 $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ ，在形狀平滑的邊界上， $c = 1/2$ ，在領域內時， $c = 1$ 。為進行數值計算，將邊界 Γ_1 及 Γ_2 分別分割成 N_1 及 N_2 個一定線元素，假定元素內的函數值一定，以該元素之中央節點值為代表，在 $c = 1/2$ 的情況下對式 (16) 加以離散化，並以下列矩陣形式表示：

$$\{\varphi^{(2)}\} = \{k\} \{\bar{\varphi}^{(2)}\} \quad (17)$$

上式各矩陣的形式如式 (9) 所示，但其積分邊界為 Γ_1 及 Γ_2 ，可將式 (17) 以下列部份矩陣形式表示：

$$\begin{Bmatrix} \varphi_1^{(2)} \\ \varphi_2^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\varphi}_1^{(2)} \\ \bar{\varphi}_2^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

將式 (13) 代入上式，可得：

$$\{\varphi_1^{(2)}\} = \{k_{11}\} \{\bar{\varphi}_1^{(2)}\} \quad (19)$$

$$\{\varphi_2^{(2)}\} = \{k_{21}\} \{\bar{\varphi}_1^{(2)}\} \quad (20)$$

再將式 (8)，式 (19) 代入式 (15)，並與式 (14) 聯立求解可

得：

$$\{\bar{\varphi}_1^{(2)}\} = \{k_{11} - k^*\}^{-1} \{\varphi^0 - k^* \bar{\varphi}^0\} \quad (21)$$

或

$$\{\bar{\varphi}^*\} = \{k_{11} - k^*\}^{-1} \{\varphi^0 - k_{11} \bar{\varphi}^0\} \quad (22)$$

將式(21)代入式(19)及式(20)，求得邊界 Γ_1 、 Γ_2 的速度勢 $\varphi_1^{(2)}$ 、 $\varphi_2^{(2)}$ ，或將式(22)代入式(8)則可得邊界 Γ_1 上的定常擾動速度勢 $\bar{\varphi}^*$ 。

2.1.3 圓柱附近的流速分佈

依上述方法求得領域II之假想邊界 Γ_1 和圓柱邊界 Γ_2 上的速度勢 $\varphi^{(2)}$ 及法線方向速度勢的導函數 $\bar{\varphi}^{(2)}$ ，則圓柱附近的水流速度 u 、 v 可依下列方程式求得[15]：

$$u = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{N_1+N_2} \left\{ \bar{\varphi}_j^{(2)} \left(\frac{x-x_j}{r^2} \right) - \varphi_j^{(2)} \left[\frac{-\nu_x}{r^2} + \frac{2(x-x_j)[(x-x_j)\nu_x + (y-y_j)\nu_y]}{r^4} \right] \right\} ds_j \quad (23)$$

$$v = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{N_1+N_2} \left\{ \bar{\varphi}_j^{(2)} \left(\frac{y-y_j}{r^2} \right) - \varphi_j^{(2)} \left[\frac{-\nu_y}{r^2} + \frac{2(y-y_j)[(x-x_j)\nu_x + (y-y_j)\nu_y]}{r^4} \right] \right\} ds_j \quad (24)$$

式中 ν_x 、 ν_y 為邊界 Γ_1 和 Γ_2 上的單位法線向量 ν 在 x 、 y 方向的分量。

2.2 非定常波浪速度勢 Φ^W

在無限遠處，一角週頻率為 $\sigma_o (= 2\pi/T)$ ， T 為波浪的週期，振幅為 ζ_o ，週波數為 k_o 的簡諧波與 x 軸呈 ω_o 角入射。波浪角週頻率 σ_o 與週波數 k_o 滿足下列之分散關係式：

$$\frac{\sigma_o^2 h}{g} = k_o h \tanh k_o h \quad (25)$$

其中 g 為重力加速度。假設水流之福祿數很小及波浪為微小振幅波運動時，則波浪共存場中含流效應的非定常波浪速度勢 $\Phi^W(x, y, z; t)$ [6]可表示成：

$$\Phi^W(x, y, z; t) = \frac{g\zeta_o}{\sigma_o} \phi(x, y, z) e^{-i\sigma_o t} \quad (26)$$

上式中， i 為複數單位， t 表示時間， ϕ 為無因次化之勢函數並滿足Laplace方程式：

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (27)$$

σ 為在固定座標系中，波浪於任意處受水流速度影響之波浪視角週頻率[12,18]：

$$\sigma = \sigma_o + \bar{k} \cdot \bar{U} \quad (28)$$

其中 $|\bar{k}| = k_o$ ， $|\bar{U}| = \sqrt{u^2 + v^2}$ 。

2.2.1 領域I波浪勢函數 $\phi^{(1)}$

在領域I波浪勢函數 $\phi^{(1)}$ 可以入射波的勢函數 ϕ^o 和入射波受圓柱影響所產生的繞射波勢函數 ϕ^* 表示：

$$\phi^{(1)}(x, y, z) = \phi^o(x, y, z) + \phi^*(x, y, z) \quad (29)$$

因為等水深的關係及假想邊界 Γ_1 離圓柱夠遠，可將因圓柱存在引起的散射影響忽略時，利用變數分離法將領域I的波浪勢函數 $\phi^{(1)}(x, y, z)$ 以下列形式表示：

$$\phi^{(1)}(x, y, z) = [f^o(x, y) + f^*(x, y)] \frac{\cosh k_o(z+h)}{\cosh k_o h} \quad (30)$$

式中 $f^o(x, y)$ 為入射波之勢函數，勢函數 $f^*(x, y)$ 為受圓柱影響所產生的繞射波勢函數，而波浪共存場入射波之勢函數可表示為：

$$f^o(x, y) \exp[-i\sigma t] = -i \exp\{-i[k_o(x \cos \omega_o + y \sin \omega_o) + \sigma t]\} \quad (31)$$

水面波形 $\zeta_i(x, y; t)$ 為：

$$\zeta_i(x, y; t) = \zeta_o \cdot \cos[k_o(x \cos \omega_o + y \sin \omega_o) + \sigma t] \quad (0 \leq \omega_o \leq \pi) \quad (32)$$

將式(30)代入式(27)中，可得 f^* 為滿足下列Helmholtz方程式的未知勢函數：

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f^*}{\partial y^2} + k_o^2 f^* = 0 \quad (33)$$

在無窮遠邊界 Γ_∞ ，勢函數 f^* 滿足Sommerfeld輻射條件：

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left[\frac{\partial f^*}{\partial r} - ik_o f^* \right] \rightarrow 0 \quad (34)$$

其中 r 為距離。因此根據Green第二定理[15]，勢函數 f^* 可由下列之邊界積分方程式求得：

$$cf^*(x, y) = \frac{i}{4} \int_{\Gamma_1} \left\{ \bar{f}^*(\xi, \eta) H_o^{(1)}(k_o r) - f^*(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} [H_o^{(1)}(k_o r)] \right\} ds \quad (35)$$

式中 $f^*(\xi, \eta)$ 為邊界上特定點的勢函數， $\bar{f}^*(\xi, \eta)$ ($= \partial f^*(\xi, \eta)/\partial \nu$) 為向外法線 ν 方向勢函數的導函數， $H_0^{(1)}$ 為 0 次第 1 種 Hankel 函數。如前所述，對形狀平滑的邊界上， $c = 1/2$ ，在領域內時， $c = 1$ 。在 $c = 1/2$ 的情況下，將式 (35) 離散化，可得下列的矩陣形式：

$$\{F^*\} = \{K^*\} \{\bar{F}^*\} \quad (36)$$

其中 $\{F^*\} = f_j^*$, $j = 1, 2, \dots, N_1$

$$\{\bar{F}^*\} = \bar{f}_j^*$$

$$\{K^*\} = \{H^*\}^{-1} \{G^*\}$$

$$\{H^*\} = H_{ij}^*, \quad i, j = 1, 2, \dots, N_1$$

$$\{G^*\} = G_{ij}^* \quad (37)$$

$$H_{ij}^* = \begin{cases} \bar{H}_{ij}^* & (i \neq j) \\ \bar{H}_{ij}^* + \frac{1}{2} & (i = j) \end{cases}$$

$$\bar{H}_{ij}^* = \frac{i}{4} \int_{\Gamma_j} \frac{\partial}{\partial \nu} [H_0^{(1)}(k_0 r)] ds$$

$$G_{ij}^* = \frac{i}{4} \int_{\Gamma_j} H_0^{(1)}(k_0 r) ds$$

$\{F^*\}$ 及 $\{\bar{F}^*\}$ 分別是假想邊界 Γ_1 上的勢函數和向外法線方向的勢函數的導函數， $\{K^*\}$ 為由邊界形狀決定的係數矩陣。

2.2.2 領域 II 波浪勢函數 $\phi^{(2)}$

領域 II 為由假想邊界面 S_1 、自由水面 S_2 、圓柱邊界面 S_3 及海底邊界面 S_4 所圍成的三次度封閉領域，令 $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$ ，且領域 II 波浪勢函數 $\phi^{(2)}$ 滿足 Laplace 方程式，則根據 Green 第二定理[15]，領域 II 內任意一點的勢函數 $\phi^{(2)}(x, y, z)$ 可由上述封閉領域邊界面上的速度勢 $\phi^{(2)}(\xi, \eta, \zeta)$ 及在向外法線方向的一次導函數 $\bar{\phi}^{(2)}(\xi, \eta, \zeta) (= \partial \phi^{(2)}(\xi, \eta, \zeta)/\partial \nu)$ 以下列邊界積分方程式計算：

$$c\phi^{(2)}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\bar{\phi}^{(2)}(\xi, \eta, \zeta) \frac{1}{R} - \phi^{(2)}(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial}{\partial \nu} \frac{1}{R} \right] dA \quad (38)$$

式中 $R = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$ ，為領域任意一點 (x, y, z) 至邊界 S 上的特定點 (ξ, η, ζ) 距離，當任意點 (x, y, z) 在領域內時 $c = 1$ ，當 (x, y, z) 趨近平滑的邊界 (ξ, η, ζ) 時， $c = 1/2$ 。

為進行數值分析，將邊界面 $S_1 \sim S_4$ 分別分割成

$N_1 \sim N_4$ 個一定的四角元素 (constant plane element)，元素面積為 A_j ，而元素內的函數值為一定，並以該元素之中點值為代表值，在 $c = 1/2$ 的情況下加以離散化，則可得下列的矩陣形式：

$$\{\phi^{(2)}\} = \{K\} \{\bar{\phi}^{(2)}\} \quad (39)$$

其中

$$\{\phi^{(2)}\} = \phi_j^{(2)}, j = 1, 2, \dots, N_1 + N_2 + N_3 + N_4$$

$$\{\bar{\phi}^{(2)}\} = \bar{\phi}_j^{(2)}$$

$$\{K\} = \{H\}^{-1} \{G\}$$

$$\{H\} = H_{ij}, j = 1, 2, \dots, N_1 + N_2 + N_3 + N_4$$

$$\{G\} = G_{ij} \quad (40)$$

$$H_{ij} = \begin{cases} \bar{H}_{ij} & (i \neq j) \\ \bar{H}_{ij} + \frac{1}{2} & (i = j) \end{cases}$$

$$\bar{H}_{ij} = \frac{1}{4\pi} \int_{A_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \frac{1}{R} dA$$

$$G_{ij} = \frac{1}{4\pi} \int_{A_j} \frac{1}{R} dA$$

$\{\phi^{(2)}\}$ 及 $\{\bar{\phi}^{(2)}\}$ 分別為邊界 S 上的勢函數和法線方向勢函數的導函數， $\{K\}$ 為由邊界面形狀決定的係數矩陣，其詳細數值計算方法請參考周[17]。

2.2.3 邊界條件

(1) 自由水面的邊界條件

假設水流速度及波浪振幅都很小，由線性理論可得自由水面的邊界條件為：

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (41)$$

其中 Φ 表示波流共存場的速度勢。將式 (1)，式 (26) 代入上式，得線性的自由水面邊界條件為[5][7]：

$$\frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} \phi^{(2)} = \frac{(\sigma_0 + \bar{k} \cdot \bar{U})^2}{g} \phi^{(2)}, \quad z = 0 \quad (42)$$

其中 $|\bar{U}| = |\nabla \varphi^{(2)}| = \sqrt{u^2 + v^2}$ 為水流受圓柱影響時在其附近水面任意位置的速度變化。

(2) 圓柱體表面的邊界條件

若圓柱為不透水性結構物，則在圓柱體表面上的邊界條件為：

$$\zeta = -\frac{1}{g} \left[\frac{\partial \Phi^W}{\partial t} + \nabla \Phi^C \cdot \nabla \Phi^W \right] \quad (55)$$

將式(26)代入上式，可整理得結構物附近領域的表面波形 ζ 與入射波的振幅 ζ_0 的波高比值 $K_d (= \zeta/\zeta_0)$ 為：

$$K_d = \frac{1}{\sigma_0} |i\sigma_0\phi - \nabla\varphi^{(2)} \cdot \nabla\phi^{(2)}| \quad (56)$$

三、數值計算結果及分析

當波浪進行於一水流上，必須考慮水流速度的大小對波浪之影響。在波流反向時，當水流速度 $U_0 = -C_0$ (C_0 為入射波速) 波浪將無法逆水前進，即圓柱附近海域水流速度達到下式臨界速度時[21]，波浪無法進入圓柱附近海域：

$$U_0 = -\frac{C_g}{4} \tanh k_0 h \quad (57)$$

式中 $C_g (= g/\sigma_0)$ 為波浪之群速度。當波流逆向時，為探討圓柱附近海域的波流交會問題，必須考慮水流速度的大小對波浪之影響，本文以一與福祿數 U_0/\sqrt{gh} 和波浪之無因次週頻率 $\sigma_0\sqrt{h/g}$ 之相關係數 $\tau (= U_0/\sqrt{gh} \times \sigma_0\sqrt{h/g} = U_0\sigma_0/g)$ 來表示，換言之，以深海波而言，當波流逆向時， τ 必須小於 1/4 方有波流交會現象。例如有一週期 $T = 2\pi/\sigma_0 = 10 \text{ sec}$ 的波浪，其水流速度必須小於 3.9m/sec 方考慮波流交會問題。

本研究以一大型圓柱體為計算例，圓柱半徑為 a ，與水深 h 的比值 $a/h = 1$ ，以一平面等速流 U_0 與水深 h 有關的福祿數為水流速度的代表，為計算方便，本文取 $F_r = 0.1$ ，並將波浪的入射方向固定於 x 軸的反方向 ($\omega_0 = 0^\circ$)，無因次週波數 $k_0 h = 0.1 \sim 1.6$ (即 $\tau < 1/4$)。

3.1 大型圓柱體附近的流速分佈

為解析水流因圓柱存在時對假想邊界 Γ_1 產生之影響，本文利用二次度邊界元素法計算在假想邊界 Γ_1 因圓柱存在影響所產生的擾動速度勢 φ^* ，並將數值計算結果與理論解作一比較，而擾動速度勢 φ^* 可由[12] 理論解得知：

$$\varphi^* = -U_0 a^2 \left(\frac{x \cos \beta_0 + y \sin \beta_0}{x^2 + y^2} \right) \quad (58)$$

若以 U_0 向負 x 方向前進為例 ($F_r = 0.1$)，分別將假想邊界 Γ_1 及 Γ_2 分割成 $N_1 = 320$ 及 $N_2 = 128$ 個一定線元素，經計算假想邊界 Γ_1 上特定點的擾動速度勢 φ^* 與理論值比較如表 1。

由上表中得知，數值解與理論值之間誤差皆在 3% 以下，其結果相當吻合，可證明本模式之適用性。

為檢測圓周分割數 N_2 對計算精度之影響，經在假想邊界分割數 $N_1 = 320$ 情形下將圓周分割成 $N_2 = 128$ 及

表 1 假想邊界的擾動速度勢 φ^*

計算點位置 (x, y)	理論值	數值解	誤差 (%)
(2.000,0.125)	-0.1559	-0.1571	0.77
(2.000,0.525)	-0.1464	-0.1489	1.71
(2.000,0.925)	-0.1289	-0.1320	2.40
(2.000,1.325)	-0.1088	-0.1118	0.30
(2.000,1.725)	-0.0898	-0.0923	2.78

64 個一定線元素，由 (23)，(24) 二式計算得環繞圓柱周邊 (圓周角 $\alpha = 0^\circ \sim 180^\circ$, $r = 1.0977a$) 之速度與理論值比較，如圖 2 所示，由圖中可發現，圓周分割 128 個元素時，其結果與理論值相當吻合，而當分割為 64 個元素，則得到較差之結果，故後續之計算例均將圓周分割為 128 個元素以求得較佳之數值計算結果。從圖中亦可發現當 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 時，水流速度 U 隨著圓周角 α 的增大而遞增，於 $\alpha = 90^\circ$ 時，流速 U 最大；而 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 時，水流速度 U 隨著圓周角 α 的增大而遞減，此乃因為圓柱表面的法線方向速度為 0，其流速僅在切線方向有速度存在 ($U = -2U_0 \sin \alpha$)。

圖 3 為將假想邊界分割成 $N_1 = 320$ 及圓周分割 $N_2 = 128$ 一定線元素，由 (23)，(24) 二式計算所得大型圓柱附近的流速分佈，由圖中可發現流速分佈對稱於 x 軸，其流速變化集中於圓柱周邊，而離圓柱較遠之處，流速幾乎沒有變化，在圓周角 $\alpha = 90^\circ$ 時，流速最大，此現象與圖 2 相同。

3.2 波力與波高分佈

波流共存場中，入射波、流之夾角為 $\theta_0 (= \beta_0 - \omega_0)$ ，分別計算 $\theta_0 = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ 及 180° 等不同波流夾角時，作用於大型圓柱體的波力和其附近的波高。

3.2.1 作用於大型圓柱體的波力

將領域各邊界以一定四角元素分割 ($N_2 = 336$, $N_3 = 240$, $N_4 = 184$)，自由水面的元素配置如圖 4 所示。為檢測本數值模式元素分割數對計算精度之影響，在假想邊界 S_1 依水深方向 (z 軸) 分別分割為 $M = 2, 4, 8$ 層 ($N_1 = 160, 320, 640$)。首先計算流不存在時 ($F_r = 0$) 圓柱所受的波力，數值計算結果與 MacCamy 與 Fuchs[22] 的理論值比較，如圖 5 所示，由圖中可發現 $M = 4$ 及 $M = 8$ 時，其結果相當吻合，但 $M = 2$ 時，數值結果與理論值有較大之差異。考量電腦計算的時間、容量等因素，本研究將水深方向分割為 4 層 ($M = 4$)，即全領域分割成 1080 個元素進行數值計算。

圖 6 為波流共存場中不同波流交角時，作用在圓柱的波力比較，圖 6(a) 為 x 方向的波力，圖 6(b) 為 y 方向的波力。由圖 6(a) 可發現，在較低週波數時 ($k_0 h < 1.0$)， x 方向的波力隨著 θ_0 角的增加而遞減； $\theta_0 = 0^\circ, 45^\circ$ 時，波流共存場中波力大於無水流作用時之波力， $\theta_0 = 135^\circ, 180^\circ$ 時，波流共存場中波力小於無水流作用時之波力，此

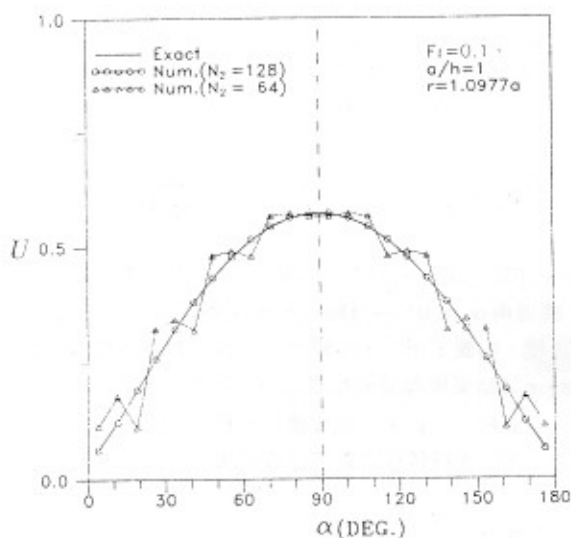


圖2 圓周分割不同點數時，圓周周邊流速數值結果與理論值比較

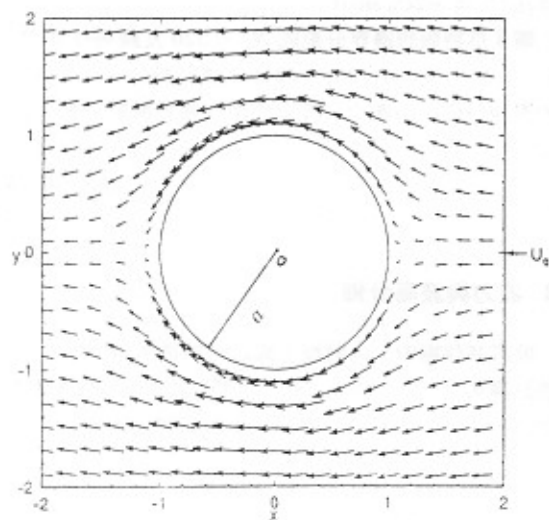


圖3 大型圓柱附近之流場， $Fr = 0.1$, $a/h = 1$

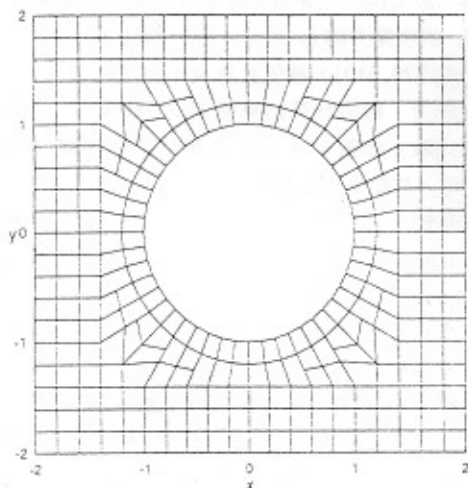


圖4 水面計算元素之配置

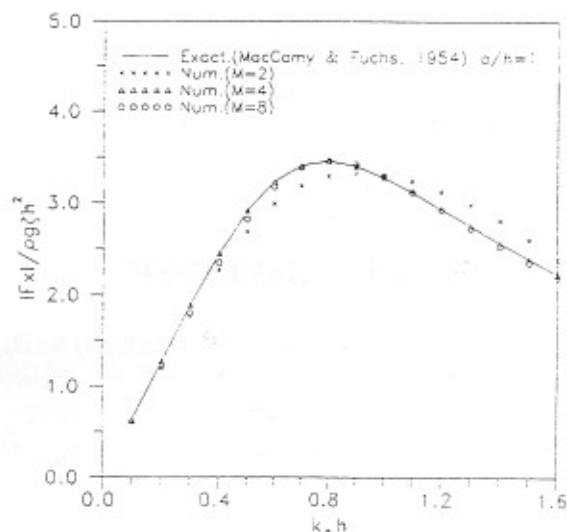
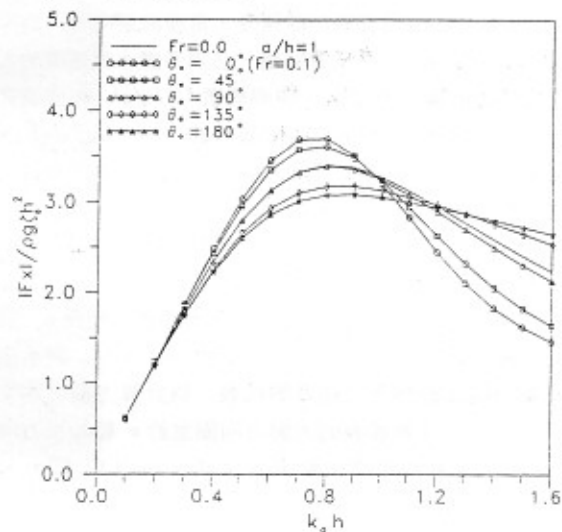
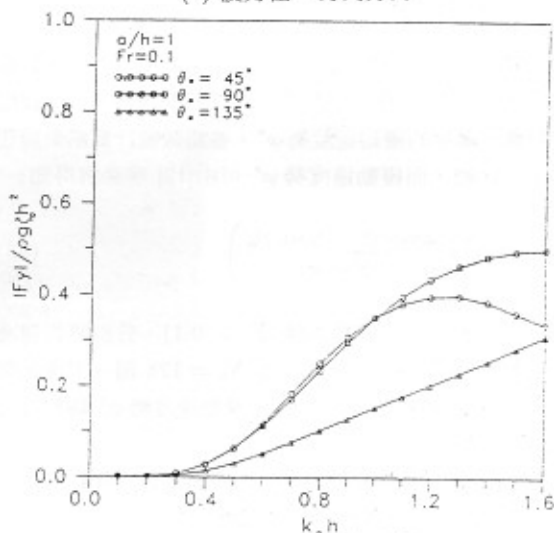


圖5 流不存在時，波力數值解與 Mac-Camy & Frchs (1954) 解析解比較



(a) 波力在 x 方向分力



(b) 波力在 y 方向分力

圖6 波向 $\omega_0 = 0^\circ$ 時，不同流向作用時圓柱所受之波力

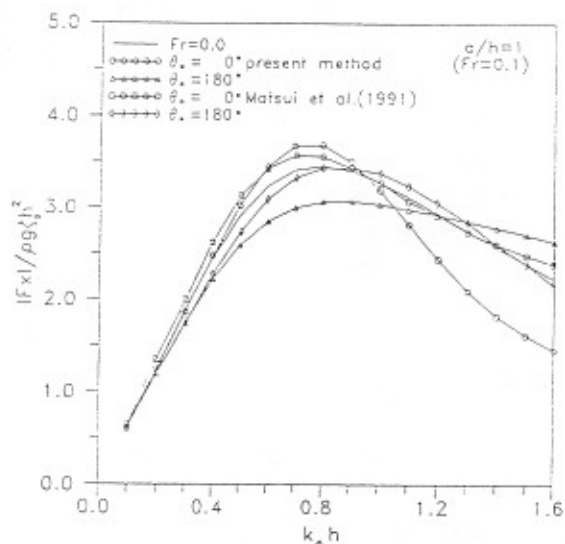


圖 7 波流同、反向時作用在圓柱的波力本文方法與 Matsui 等 (1991) 比較

因 $\theta_0 = 0^\circ, 45^\circ$ 時，水流在 x 方向的速度與波浪入射方向相同，波浪視角週頻率變大，造成作用在圓柱之波力變大；而 $\theta_0 = 135^\circ, 180^\circ$ 在 x 方向水流速度與波浪入射方向相反，波浪視角週頻率變小造成作用在圓柱之波力變小。在較高週波數時 ($k_0 h > 1.0$)， x 方向的波力隨著 θ_0 角的增加而遞增， $\theta_0 = 0^\circ, 45^\circ$ 時，波流共存場中波力小於無水流作用時之波力， $\theta_0 = 135^\circ, 180^\circ$ 時，波流共存場中波力大於無水流作用時之波力。在 $\theta_0 = 90^\circ$ ， $k_0 h < 1.0$ 時波流共存場中波力幾乎與無流作用時相同，但在較高週波數時 ($k_0 h > 1.0$)，波流共存場中作用在圓柱的波力略小於無流作用時之波力，此乃因此時水流受圓柱的影響在 x 方向有微小的速度分量作用在波浪入射方向所致。另由圖 6(b) 可發現，當 $k_0 h < 1.0$ ， $\theta_0 = 90^\circ$ 及 45° 時，波流共存場中作用於圓柱的波力在 y 方向之分力幾乎相等，但當 $k_0 h > 1.0$ 時，則以 $\theta_0 = 90^\circ$ 者較 $\theta_0 = 45^\circ$ 為大，至 $\theta_0 = 135^\circ$ 時 y 方向之分力均較 $\theta_0 = 90^\circ, 45^\circ$ 為小，此現象亦可由下述波高分佈 (圖 8~10) 加以佐證。

本模式計算作用於圓柱的波力 (x 方向) 經與松井等 [10] 之結果比較，發現二者趨勢尚稱吻合，如圖 7 所示。但由於松井等解析時並未考量領域內各點的視角週頻率變化 (杜普勒效應)，此與本文利用三次度邊界元素法考量領域內各點因流作用產生的杜普勒效應解析波、流及結構物間相互作用不同，故二者所得之計算結果亦有差異。

3.2.2 波高分佈

圖 8~10 分別為週波數 $k_0 h = 0.4, 0.8$ 及 1.2 時大型圓柱附近的波高分佈。從三圖中看出，波高變化大都集中於波流入射側 (圓柱前)，而圓柱後之波高變化則較不明顯。波流同向或反向時 ($\theta_0 = 0^\circ, 180^\circ$)，波高變化對稱於波浪入射方向 (x 軸)，此乃水流速度在 x 方向的速度分量對稱於波浪入射方向使然，但當波流夾角 $\theta_0 = 45^\circ, 135^\circ$ 時

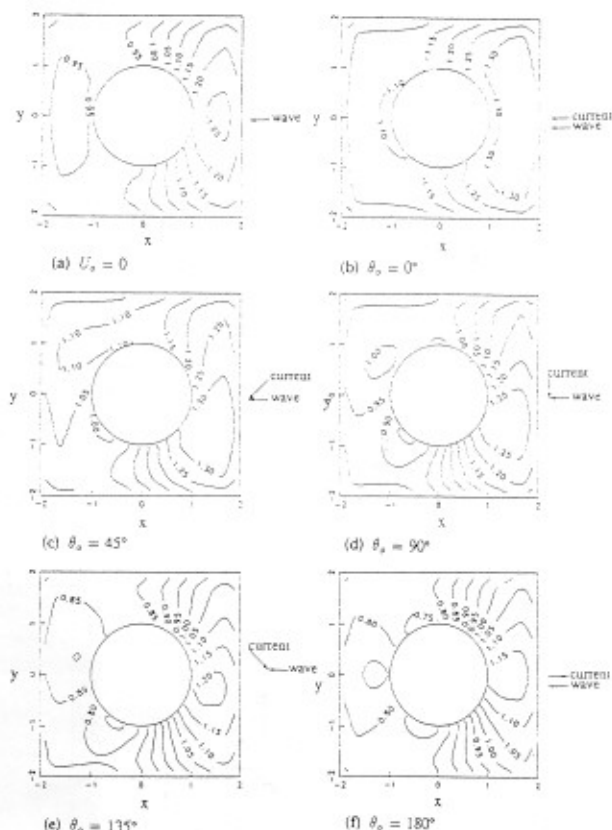


圖 8 $k_0 h = 0.4$ ，波向 $\omega_0 = 0^\circ$ 時，不同流向 ($F_r = 0.1$) 作用，圓柱附近波高分佈圖

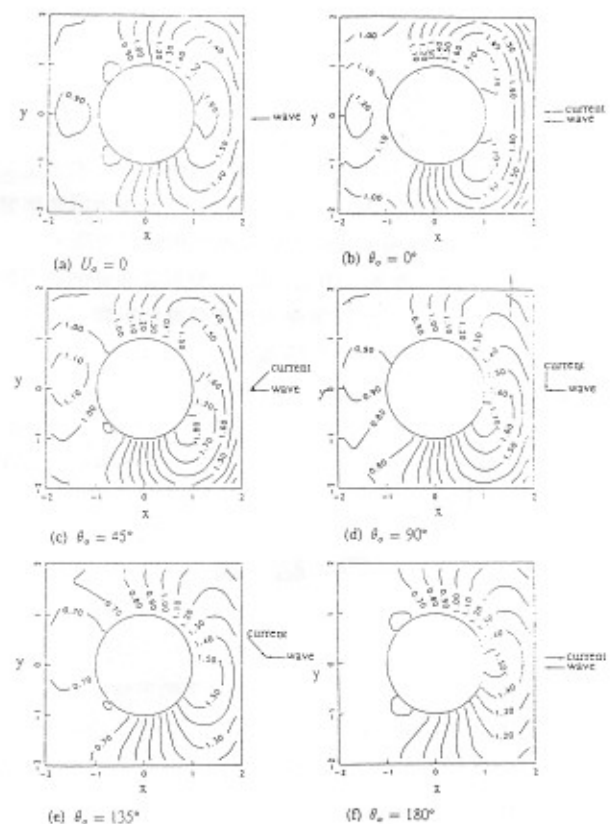


圖 9 $k_0 h = 0.8$ ，波向 $\omega_0 = 0^\circ$ 時，不同流向 ($F_r = 0.1$) 作用，圓柱附近波高分佈圖

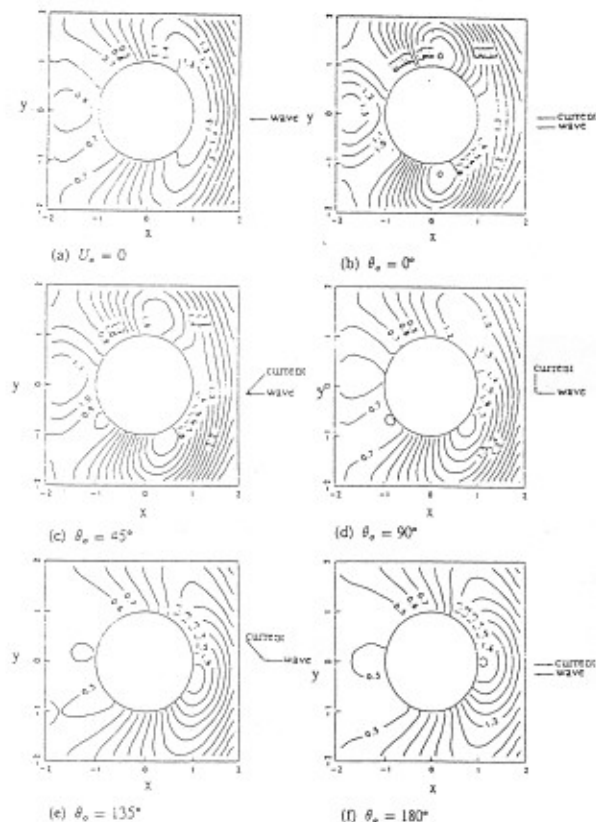


圖 10 $k_0 h = 1.2$, 波向 $\omega_0 = 0^\circ$ 時, 不同流向 ($F_r = 0.1$) 作用, 圓柱附近波高分佈圖

其波高分佈不再對稱, 並向水流流出方向偏移。在 $\theta_0 = 0^\circ, 45^\circ$ 時, 因水流速度在 x 方向的速度分量與波浪入射方向同向, 波浪視角週頻率變大, 使得波流共存場中波高大於無流作用時之波高, 而 $\theta_0 = 135^\circ, 180^\circ$ 時, 水流速度在 x 方向的分量與波浪入射方向逆向, 波浪視角週頻率變小, 使得波流共存場中波高小於無流作用時之波高。

在 $\theta_0 = 90^\circ$ (圖 8~10 之 (d)) 可發現波高分佈並不對稱於波浪入射方向, 此現象係因水流受圓柱影響, 水流在 x 方向的速度分佈與呈反對稱所致, 而本研究因對圓柱附近領域 II 採用三次度邊界元素法解析, 業將此不對稱現象考量在內, 因此應用此模式計算入射波、流方向呈垂直時之圓柱所受的波力, 可發現在垂直於波浪作用方向亦有作用力存在。

四、結 論

- (1) 本研究對圓柱附近領域 II 採用三次度邊界元素法, 藉此圓柱附近領域 II 內各點的視角週頻率變化 (杜普勒效應) 均可被考量, 此較利用二次度邊界元素法解析波流交會問題時僅能將波流共存場內各點的角週頻率均視為一定值為佳。
- (2) $\theta_0 = 90^\circ$, 即無限遠處波流方向呈垂直時作用在圓柱的波力會受流存在的影響, 此因水流受圓柱的影響在

x 方向的速度分佈與波浪入射方向呈反對稱, 使得在較高週波數處 ($k_0 h > 1.0$), 圓柱所受的波力略小於無流作用時之波力。同時由波高分佈圖看出, 在波浪入射側的波高分佈並不對稱於 x 軸, 而是向水流流出方向偏移, 此因在波浪入射方向有水流速度分量作用, 以致領域內各點的視角週頻率產生不同變化所致。

- (3) 在較低週波數處 ($k_0 h < 1.0$), 作用於圓柱的波力隨波流夾角的增加而遞減, 在較高週波數 ($k_0 h > 1.0$), 波力則隨波流夾角的增加而遞增。
- (4) 波流夾角 $\theta_0 = 0^\circ$ 及 45° 時, 圓柱所受的波力在較低週波數處大於流不存在時圓柱所受的波力, 在較高週波數處則小於流不存在時圓柱所受的波力; 波流夾角 $\theta_0 = 135^\circ$ 及 180° 時, 圓柱所受的波力在較低週波數處比流不存在時為小, 在較高週波數處大於流不存在時圓柱所受的波力。
- (5) 波流同向時, 圓柱附近海域的波高值變大, 波流反向時則變小; 當波流同向或反向時, 其波高分佈對稱於波浪的入射方向, 當波流夾任一角度時, 其波高分佈受流的影響不再對稱於波浪的入射方向。

誌 謝

本研究承蒙國科會補助經費, 計畫編號為 NSC-83-0209-E-019-002, 特此誌謝。

參考文獻

1. Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart, "The Changes in Amplitude of Short Gravity Waves on Steady Non-Uniform Currents," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 10, pp. 529-549 (1961).
2. Peregrine, D. H., "Interaction of Water Wave and Currents," *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 16, pp. 9-116 (1976).
3. Thomas, G. P., "Wave-Current Interactions: An Experimental and Numerical Study. Part 1. Linear Waves," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 110, pp. 457-474 (1981).
4. 陳陽益、莊文傑, 「波流交互作用理論之初步探討」, 第十二屆海洋工程研討會論文集, 第 248-265 頁 (1993)。
5. Newman, J. N., "The Theory of Ship Motions," *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 18, pp. 221-282 (1978).
6. Grue, J. and E. Palm, "Wave Radiation and Wave Diffraction from a Submerged Body in a Uniform Current," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 151, pp. 257-278 (1985).
7. Eatock Taylor, R., C. S. Hu, and F. G. Nielsen, "Mean Drift Forces on a Slowly Advancing Vertical

- Cylinder in Long Waves," *Applied Ocean Research*, Vol. 12(3), pp. 141-152 (1990).
8. Zhao, R. and O. M. Faltinsen, "Interaction Between Waves and Current on a Two-Dimensional Body in the Free Surface," *Applied Ocean Research*, Vol. 10(2), pp. 87-99 (1988).
 9. Isaacson, M. and K. F. Cheung, "Time-Domain Solution for Wave-Current Interaction with a Two-Dimensional Body," *Applied Ocean Research*, Vol. 15, pp. 39-52 (1993).
 10. 松井徹哉、李相曄、佐野公俊、「波と流れの共存場に置れた鉛直圓柱にわける流体力」, 日本造船學會論文集, 第170號, 第277-287頁(1991)。
 11. 林銘崇、蕭松山, 「等水深大型結構物周邊波流交互作用」, 中國土木水利工程學刊, 第六卷, 第四期, 第421-432頁(1994)。
 12. Sarpkaya, T. and M. Isaacson, *Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures*, Van Nostrand Reinhold, New York (1981).
 13. 周宗仁、韓文育, 「規則波對任意形狀水深及反射率港池的水面振動」, 中國土木水利工程學刊, 第五卷, 第四期, 第285-298頁(1993)。
 14. Chou, C. R. and W. Y. Han, "Wave-Induced Oscillations in Harbours with Dissipating Quays," *Coastal Engineering in Japan*, Vol. 36, No. 1, pp. 1-23 (1993).
 15. Liggett, J. A. and P. L-F. Liu, *The Boundary Integral Equation Method For Porous Media Flow*, George Allen Unwin, pp. 17-33 (1983).
 16. Brebbia, C. A. and J. Dominguez, *Boundary Element An Introductory Course*, Computational Mechanics Publications, Southampton Boston, 2nd ed. (1992).
 17. 周宗仁, 「邊界元素法在波浪力學之應用」, 國立海洋大學河海工程學會, 基隆(1983)。
 18. LeBlond, P. H. and L. A. Mysak, *Waves in the Ocean*, Elsevier Scientific Publishing Comp., New York, pp. 24-28 (1978).
 19. Patel, Minoo H., *Dynamics of Offshore Structures*, Butterworth & Co. Ltd, pp. 86-87 (1989).
 20. 蕭松山, 「波流共存場中大型結構物周邊之波高分佈及其流體力」, 博士論文, 台灣大學造船及海洋工程研究所, 台北(1994)。
 21. 周宗仁, 「海岸水力學」, 國立海洋大學河海工程學會, 基隆(1970)。
 22. MacCamy, R. C. and R. A. Fuchs, "Wave Force on Piles: A Diffraction Theory," *U.S. Army Corps of Engineers*, Beach Erosion Board, Washington D.C., Tech. Memo No. 69 (1954).

84年1月23日	收稿
84年7月10日	修改
84年7月13日	接受