

水面彈性膜消波特性和研究

周宗仁¹ 方惠民²

摘要

本文旨在探討水面上彈性膜與波浪間之透射問題。數值模式之建構係根據微小振幅波理論，以弦振動方程式為彈性膜運動之控制方程式，利用領域分割法進行理論解析。計算結果發現彈性膜寬度($2\ell/h$)為1.5時，張力 T_m 小於0.1之配置有較佳之消波效果；對較長週期波而言張力小消波效果較佳，對較短週期波則以大張力為優。

1 前言

海域開發與海岸保全工作為目前各臨海國家相當重視的工作，尤以臺灣地區四面環海、地狹人稠、陸地資源極其有限；因此，若能積極妥善地從事海域開發與規劃將可彌補天然環境的限制。海域開發工作，諸如海埔新生地的圍墾、離島工業區的開發、沿海養殖漁業的發展、亦或國家對外經貿動脈的港埠設施等，各標的構造物之安全有賴良好的消能設施來保障。

傳統的消能設計以構築防波堤來阻斷波浪之入侵，減緩入射波直接對海域構造物之衝擊，獲致保護海域設施與靜穩水域之目的。近來由於經貿活動蓬勃發展，貨物往來運輸尚以船舶為主，為求經濟效益船舶更趨於大型化大噸位，為容納大型船舶泊靠，深水港之建構為持續經貿成長之所繫，當防波堤往更深海域延伸而阻斷漂沙活動，一旦漂沙量供輸失衡，將導致海岸線改變。因此，如何能兼具消能效果且可避免上述缺點之消波設計為目前亟待努力的工作。

邇來有許多學者戮力於固定式水平板消波之研究，井島等[5]根據微小振幅波理論，以領域分割法解析水面上固定平板對波浪之影響。周、翁、井島[1]根據有限振幅波理論，利用邊界元素法探討沒水固定平板所引起的波分裂問題。同年王[2]以實驗方法發現於水中設置固定平板確時會導致波分裂。岳、姚、周[3]以邊界元素法解析沒水固定平板對垂直岸壁減壓之影響。周、韓[4]將不規則入射波頻譜以等能量分割，計算出代表各成分波之週頻率，以邊界元素法計算各成分波因結構物存在所引起的透過率，再利用線形疊加原理求得不規則波作用於各式固定海岸消波結構物的透過率。

由以往之研究中發現，於水面或水中設置固定水平板造成波浪變形與分裂現象，確實能有效降低水面振幅與分散入射波能量，但對影響港灣工程較鉅的長週期波尚難有所突破。緣此，本文以設置於水面上之彈性膜為研究對象，利用彈性膜隨入射波運動之特性，探討彈性膜與入射波間之運動機制。研究之進行基於微小振幅波理論，以弦振動方程式為彈性膜運動之控制方

¹國立海洋大學河海工程系教授

²國立海洋大學河海工程研究所博士班研究生

程式，彈性膜之運動以第一振態(1st mode)的基本解來描述，利用領域分割及流體領域內速度勢接續法進行解析，在不同條件之入射波作用下，分別改變彈性膜寬度及拉力，期由對波與彈性膜間運動機制之瞭解，進而能提一種新的消能設計。

2 理論分析

2.1 基本假定

- (1) 領域內流體為非黏性、不可壓縮且作非旋性運動之理想流體。
- (2) 入射波及彈性膜之振幅很小。
- (3) 彈性膜緊貼水面隨入射波運動。
- (4) 忽略彈性膜自重所引起的水位變動(初始變位為0)。
- (5) 海底底床及彈性膜為不透水。
- (6) 忽略摩擦等能量損失。

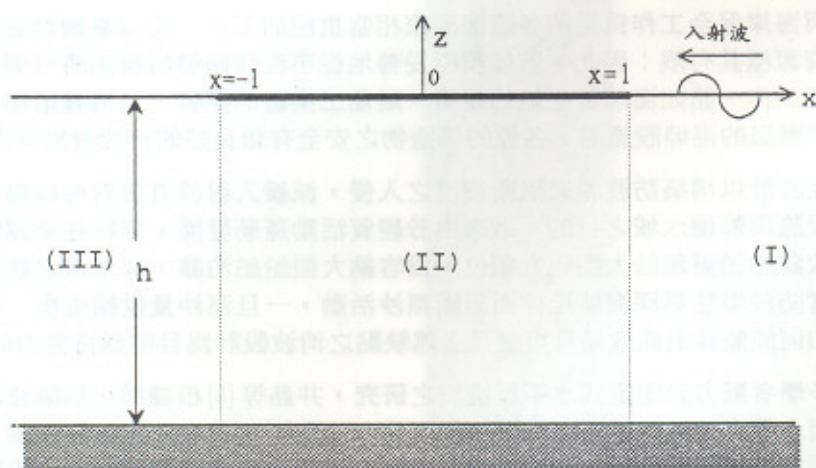


圖1 解析領域示意圖

如圖1所示，在一定水深 h 的海域中有一長為 $2l$ 之彈性膜，兩端點固定於水面，座標原點 o 位於靜水面處($z=0$)， z 軸垂直向上為正， x 軸水平向右為正。在彈性膜兩端點處($x=-l, l$)設立兩假想邊界面，將流體領域分割為(I)、(II)、(III)領域。根據以上之基本假設，流體領域內存在一速度勢 $\Phi(x, y, z; t) = e^{i\sigma t} \phi(x, y, z)$ 且滿足Laplace方程式。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

因此，各領域之速度勢可以表示如下。

2.2 領域 (II) 之速度勢

$$\Phi_{II}(x, z; t) = e^{i\sigma t} \left\{ \left(B_0 \frac{\cos k'_0 x}{\cos k'_0 \ell} + C_0 \frac{\sin k'_0 x}{\sin k'_0 \ell} \right) \frac{\cosh k'_0(z+h)}{\cosh k'_0 h} + \sum_{m=1}^{\infty} \left(B_m \frac{\cosh k'_m x}{\cosh k'_m \ell} + C_m \frac{\sinh k'_m x}{\sinh k'_m \ell} \right) \frac{\cos k'_m(z+h)}{\cos k'_m h} \right\} \quad (2)$$

上式中 B_0 、 B_m 、 C_0 、 C_m 為待定係數， k'_0 、 k'_m 為 (8)、(9) 兩式之根。

2.2.1 水面和水底邊界條件

$$P = \rho_p \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - T_s \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \quad ; z = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Phi_{-II}}{\partial t} + g\eta + \frac{P}{\rho} = 0 \quad ; z = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Phi_{-II}}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad ; z = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Phi_{-II}}{\partial z} = 0 \quad ; z = -h \quad (6)$$

其中 p ：水壓， η ：彈性膜變位， T_s ：彈性膜張力， ρ_p ：彈性膜密度， ρ ：流體密度。
將 (2) 式代入 (3)、(4) 兩式得：

$$-\sigma^2 + gk'_0 \tanh k'_0 h - \frac{\rho_p}{\rho} k'_0 \tanh k'_0 h + \frac{T_s}{\rho} k'_0{}^3 \tanh k'_0 h = 0 \quad (7)$$

$$-\sigma^2 + gk'_m \tan k'_m h - \frac{\rho_p}{\rho} k'_m \tan k'_m h + \frac{T_s}{\rho} k'_m{}^3 \tan k'_m h = 0 \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (8)$$

2.3 領域 (I)、(III) 之速度勢

領域 (I) 之速度勢：

$$\Phi_I(x, z; t) = e^{i\sigma t} \left\{ \left(e^{ik_0(x-\ell)} + A_0 e^{-ik_0(x-\ell)} \right) \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-k_n(x-\ell)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right\} \quad (9)$$

上式中第一項及第二項分別表示入射波及反射波之勢函數，第三項為散射波之勢函數， A_0 、 A_n 為待定係數。

領域 (III) 之速度勢：

$$\Phi_{III}(x, z; t) = e^{i\sigma t} \left\{ D_0 e^{ik_0(x+t)} \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{k_n(x+t)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right\} \quad (10)$$

上式中第一項及第二項分別表示透過波及散射波之勢函數，其中 D_0 、 D_n 為待定係數， k_0 、 k_n 則為 (19)、(20) 兩式 (分散關係式) 之根。

2.3.1 邊界條件

(1) 自由水面邊界條件由於大氣壓力為一定及忽略非線性項，可得

$$\frac{\partial \Phi_{-i}}{\partial t} + g\eta = 0 \quad (i = 1, 3) \quad ; z = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \Phi_{-i}}{\partial z} + \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad (i = 1, 3) \quad ; z = 0 \quad (12)$$

(2) 由於海底底床為固定且不透水，其法線方向之速度為 0，可得

$$\frac{\partial \Phi_{-i}}{\partial z} = 0 \quad (i = 1, 3) \quad ; z = -h \quad (13)$$

式中 z 表法線方向

(3) 假想邊界面上流體運動必需滿足能量流束 (energy flux) 及質量流束 (mass flux) 連續之條件，即

$$\phi_{-I}(\ell, z) = \phi_{-II}(\ell, z) \quad (14)$$

$$\frac{\partial \phi_{-I}(\ell, z)}{\partial x} = \frac{\partial \phi_{-II}(\ell, z)}{\partial x} \quad (15)$$

$$\phi_{-III}(-\ell, z) = \phi_{-II}(-\ell, z) \quad (16)$$

$$\frac{\partial \phi_{-III}(-\ell, z)}{\partial x} = \frac{\partial \phi_{-II}(-\ell, z)}{\partial x} \quad (17)$$

由 (11)、(12) 兩式可得分散關係式，如下兩式

$$\sigma^2 = gk_0 \tanh k_0 h \quad (18)$$

$$\sigma^2 = -gk_n \tan k_n h \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (19)$$

2.4 流體領域的接續

領域內速度勢 Φ_I 、 Φ_{II} 、 Φ_{III} 在兩假想邊界面上，流體運動必需滿足能量與質量流束連續條件，因此將(2)、(9)、(10)式代入(14)、(15)、(16)及(17)式中可得

$$\begin{aligned} (1 + A_0) \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ = (B_0 + C_0) \frac{\cosh k'_0(z+h)}{\cosh k'_0 h} + \sum_{m=1}^{\infty} (B_m + C_m) \frac{\cos k'_m(z+h)}{\cos k'_m h} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} ik_0(1 - A_0) \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} - \sum_{n=1}^{\infty} A_n k_n \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ = k_0(-B_0 \tan k'_0 \ell + C_0 \cot k'_0 \ell) \frac{\cosh k'_0(z+h)}{\cosh k'_0 h} \\ + \sum_{m=1}^{\infty} k'_m (B_m \tanh k'_m \ell + C_m \coth k'_m \ell) \frac{\cos k'_m(z+h)}{\cos k'_m h} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} D_0 \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ = (B_0 - C_0) \frac{\cosh k'_0(z+h)}{\cosh k'_0 h} + \sum_{m=1}^{\infty} (B_m - C_m) \frac{\cos k'_m(z+h)}{\cos k'_m h} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} ik_0 D_0 \frac{\cosh k_0(z+h)}{\cosh k_0 h} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n k_n \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ = k'_0 (B_0 \tan k'_0 \ell + C_0 \cot k'_0 \ell) \frac{\cosh k'_0(z+h)}{\cosh k'_0 h} \\ + \sum_{m=1}^{\infty} k'_m (-B_m \tanh k'_m \ell + C_m \coth k'_m \ell) \frac{\cos k'_m(z+h)}{\cos k'_m h} \end{aligned} \quad (23)$$

(20)、(21)、(22)、(23)式等號兩端分別乘以 $\cosh k_0(z+h)$ 及 $\cos k_n(z+h)$ 並對水深方向積分，積分範圍由 $z = -h \sim 0$ ，利用直交函數關係可得(24)~(31)等式。

$$(1 + A_0)\alpha_0 - (B_0 + C_0)\beta_0 - \sum_{m=1}^{\infty} (B_m + C_m)\gamma_{m,0} = 0 \quad (24)$$

$$\begin{aligned} ik_0(1 - A_0)\alpha_0 + k'_0(B_0 \tan k'_0 \ell - C_0 \cot k'_0 \ell)\beta_0 \\ - \sum_{m=1}^{\infty} k'_m (B_m \tanh k'_m \ell + C_m \coth k'_m \ell)\gamma_{m,0} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

$$A_n \alpha_n - (B_0 + C_0) \gamma_n - \sum_{m=1}^{\infty} (B_m + C_m) \beta_{m,n} = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (26)$$

$$-A_n k_n \alpha_n + k'_0 (B_0 \tan k'_0 \ell - C_0 \cot k'_0 \ell) \gamma_n - \sum_{m=1}^{\infty} k'_m (B_m \tanh k'_m \ell + C_m \coth k'_m \ell) \beta_{m,n} = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (27)$$

$$(B_0 - C_0) \beta_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (B_m - C_m) \gamma_{m,0} - D_0 \alpha_0 = 0 \quad (28)$$

$$k'_0 (B_0 \tan k'_0 \ell + C_0 \cot k'_0 \ell) \beta_0 + \sum_{m=1}^{\infty} k'_m (-B_m \tanh k'_m \ell + C_m \coth k'_m \ell) \gamma_{m,0} - ik_0 D_0 \alpha_0 = 0 \quad (29)$$

$$(B_0 - C_0) \gamma_n + \sum_{m=1}^{\infty} (B_m - C_m) \beta_{m,n} - D_n \alpha_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (30)$$

$$k'_0 (B_0 \tan k'_0 \ell + C_0 \cot k'_0 \ell) \gamma_n + \sum_{m=1}^{\infty} k'_m (-B_m \tanh k'_m \ell + C_m \coth k'_m \ell) \beta_{m,n} - k_n D_n \alpha_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (31)$$

其中

$$\alpha_0 = \left(\frac{h}{2} + \frac{\sinh 2k_0 h}{4k_0} \right) / \cosh k_0 h$$

$$\alpha_n = \left(\frac{h}{2} + \frac{\sin 2k_n h}{4k_n} \right) / \cos k_n h$$

$$\beta_0 = \frac{k_0 \sinh k_0 h - k'_0 \cosh k_0 h \tanh k'_0 h}{(k_0^2 - k_0'^2)}$$

$$\beta_{m,n} = \frac{k_n \sin k_n h - k'_m \cos k_n h \tan k'_m h}{(k_n^2 - k_m'^2)}$$

$$\gamma_n = \frac{k'_0 \tanh k'_0 h \cos k_n h + k_n \sin k_n h}{(k'_0{}^2 + k_n{}^2)}$$

$$\gamma_{m,0} = \frac{k_0 \sinh k_0 h + k'_m \cosh k_0 h \tan k'_m h}{(k'_m{}^2 + k_0{}^2)}$$

2.5 彈性膜之運動

由(3)、(4)兩式得

$$T_s \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} - \rho_p \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \rho g \eta = \rho \frac{\partial \phi_{-II}}{\partial t} \quad (32)$$

由(2)式得

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \phi_{-II}}{\partial t} &= i \rho \sigma e^{i \sigma t} \left(B_0 \frac{\cos k'_0 x}{\cos k'_0 \ell} + C_0 \frac{\sin k'_0 x}{\sin k'_0 \ell} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} \left(B_m \frac{\cosh k'_m x}{\cosh k'_m \ell} + C_m \frac{\sinh k'_m x}{\sinh k'_m \ell} \right) \\ &= \psi(x) e^{i \sigma t} \end{aligned} \quad (33)$$

上式中

$$\psi(x) = i \rho \sigma \left(B_0 \frac{\cos k'_0 x}{\cos k'_0 \ell} + C_0 \frac{\sin k'_0 x}{\sin k'_0 \ell} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} \left(B_m \frac{\cosh k'_m x}{\cosh k'_m \ell} + C_m \frac{\sinh k'_m x}{\sinh k'_m \ell} \right)$$

假定彈性膜之變位為

$$\eta(x, t) = y(x) e^{i \sigma t} \quad (34)$$

將(34)式代入(32)式得

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \lambda^2 y = \frac{\psi(x)}{T_s} \quad (35)$$

上式中

$$\lambda^2 = \frac{(\rho_p \sigma^2 - \rho g)}{T_s}$$

彈性膜運動必需滿足兩端固定之邊界條件，即

$$y(-\ell) = y(\ell) = 0 \quad (36)$$

(35)式爲一非齊性方程式 (nonhomogenous equation)，爲解此一問題先求其齊性解 (homogenous solution) y_p ，即

$$\frac{\partial^2 y_p}{\partial x^2} + \zeta_p^2 y_p = 0 \quad (37)$$

上式中 ζ_p 爲待定係數。由(35)之彈性膜運動邊界條件可解得齊性解 (homogenous solution) 爲

$$y_p = \sin \zeta_p x \quad (\zeta_p = \frac{\pi}{\ell}) \quad (38)$$

因此，彈性膜運動方程之非齊性解可表示爲

$$y = r_p \sin\left(\frac{\pi}{\ell}\right)x \quad (39)$$

式中 r_p 爲待定係數。將(35)式乘 y_p 減去(37)式並對 x 方向積分，範圍由 $-\ell \sim \ell$ ，即利用其直交性得

$$r_p = \frac{1}{(\lambda^2 - \zeta_p^2)\ell} \int_{-\ell}^{\ell} \frac{\psi(x)}{T_s} y_p(x) dx \quad (40)$$

則彈性膜之變位可表示爲

$$\eta(x, t) = e^{i\sigma t} r_p \sin\left(\frac{\pi}{\ell}\right)x \quad (41)$$

2.6 彈性膜與水的接續

彈性膜單位時間之垂直變位與水粒子垂直方向的速度於靜水面處必需滿足連續條件，即滿足領域(II)之水面邊界條件(5)式。將(41)式及(2)式代入(5)式中得：

$$\begin{aligned} i\sigma t r_p y_p &= k'_0 \left(B_0 \frac{\cos k'_0 x}{\cos k'_0 \ell} + C_0 \frac{\sin k'_0 x}{\sin k'_0 \ell} \right) \tanh k'_0 h \\ &\quad - \sum_{m=1}^{\infty} k'_m \left(B_m \frac{\cosh k'_m x}{\cosh k'_m \ell} + C_m \frac{\sinh k'_m x}{\sinh k'_m \ell} \right) \tan k'_m h \end{aligned} \quad (42)$$

上式等號兩邊各乘 $y_p(x)$ 對 x 方向積分，積分範圍由 $-\ell \sim \ell$ 得

$$\begin{aligned} i\sigma t r_p \ell &= \int_{-\ell}^{\ell} \left[k'_0 \left(B_0 \frac{\cos k'_0 x}{\cos k'_0 \ell} + C_0 \frac{\sin k'_0 x}{\sin k'_0 \ell} \right) \tanh k'_0 h \right. \\ &\quad \left. - \sum_{m=1}^{\infty} k'_m \left(B_m \frac{\cosh k'_m x}{\cosh k'_m \ell} + C_m \frac{\sinh k'_m x}{\sinh k'_m \ell} \right) \tan k'_m h \right] y_p(x) dx \end{aligned} \quad (43)$$

將 $\psi(x)$ 代入 (41) 式中積分得

$$r_p = \frac{i\rho\sigma}{(\lambda^2 - \zeta_p^2)lT_s} \int_{-\ell}^{\ell} \left[\left(B_0 \frac{\cos k'_0 x}{\cos k'_0 \ell} + C_0 \frac{\sin k'_0 x}{\sin k'_0 \ell} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} \left(B_m \frac{\cosh k'_m x}{\cosh k'_m \ell} + C_m \frac{\sinh k'_m x}{\sinh k'_m \ell} \right) \right] y_p(x) dx \quad (44)$$

由 (43) 及 (44) 兩式消去 r_p 得

$$\begin{aligned} & \frac{-\rho\sigma^2}{(\lambda^2 - \zeta_p^2)T_s} \int_{-\ell}^{\ell} \left[\left(B_0 \frac{\cos k'_0 x}{\cos k'_0 \ell} + C_0 \frac{\sin k'_0 x}{\sin k'_0 \ell} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} \left(B_m \frac{\cosh k'_m x}{\cosh k'_m \ell} + C_m \frac{\sinh k'_m x}{\sinh k'_m \ell} \right) \right] y_p(x) dx \\ &= \int_{-\ell}^{\ell} \left[\left(B_0 \frac{\cos k'_0 x}{\cos k'_0 \ell} + C_0 \frac{\sin k'_0 x}{\sin k'_0 \ell} \right) k'_0 \tanh k'_0 h \right. \\ & \quad \left. - \sum_{m=1}^{\infty} \left(B_m \frac{\cosh k'_m x}{\cosh k'_m \ell} + C_m \frac{\sinh k'_m x}{\sinh k'_m \ell} \right) k'_m \tan k'_m h \right] y_p(x) dx \end{aligned} \quad (45)$$

將 (7)、(8) 兩式代入 (45) 式中積分得

$$C_0 \epsilon_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \epsilon_m C_m = 0 \quad (46)$$

式中

$$\epsilon_0 = -2 \zeta_p k'_0 \tanh k'_0 h$$

$$\epsilon_m = 2 \zeta_p k'_m \tan k'_m h$$

整理 (24) ~ (31) 式，得

$$(1 + A_0) = \frac{\beta_0}{\alpha_0} (B_0 + C_0) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\gamma_{m,0}}{\alpha_0} (B_m + C_m) \quad (47)$$

$$\begin{aligned} (1 - A_0) &= i \frac{\beta_0 k'_0}{\alpha_0 k_0} (B_0 \tan k'_0 \ell - C_0 \cot k'_0 \ell) \\ &\quad - i \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k'_m \gamma_{m,0}}{\alpha_0 k_0} (B_m \tanh k'_m \ell + C_m \coth k'_m \ell) \end{aligned} \quad (48)$$

$$A_n = \frac{\gamma_n}{\alpha_n} (B_0 + C_0) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_{m,n}}{\alpha_n} (B_m + C_m) \quad (49)$$

$$A_n = \frac{\gamma_n k'_0}{\alpha_n k_n} (B_0 \tan k'_0 \ell - C_0 \cot k'_0 \ell) - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_{m,n} k'_m}{\alpha_n k_n} (B_m \tanh k'_m \ell + C_m \coth k'_m \ell) \quad (50)$$

$$D_0 = \frac{\beta_0}{\alpha_0} (B_0 - C_0) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\gamma_{m,0}}{\alpha_0} (B_m + C_m) \quad (51)$$

$$D_0 = i \frac{\beta_0 k'_0}{\alpha_0 k_0} (B_0 \tan k'_0 \ell + C_0 \cot k'_0 \ell) - i \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\gamma_{m,0} k'_m}{\alpha_0 k_0} (-B_m \tanh k'_m \ell + C_m \coth k'_m \ell) \quad (52)$$

$$D_n = \frac{\gamma_n}{\alpha_n} (B_0 - C_0) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_{m,n}}{\alpha_n} (B_m + C_m) \quad (53)$$

$$D_n = \frac{\gamma_n k'_0}{\alpha_n k_n} (B_0 \tan k'_0 \ell + C_0 \cot k'_0 \ell) - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_{m,n} k'_m}{\alpha_n k_n} (-B_m \tanh k'_m \ell + C_m \coth k'_m \ell) \quad (54)$$

由(47)~(54)式消去 A_0 、 A_n 、 D_0 及 D_n 得

$$\frac{\beta_0}{\alpha_0} (1 + i \frac{k'_0}{k_0} \tan k'_0 \ell) B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\gamma_{m,0}}{\alpha_0} (1 - i \frac{k'_m}{k_0} \tanh k'_m \ell) B_m + \frac{\beta_0}{\alpha_0} (1 - i \frac{k'_0}{k_0} \cot k'_0 \ell) C_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\gamma_{m,0}}{\alpha_0} (1 - i \frac{k'_m}{k_0} \coth k'_m \ell) C_m = 2 \quad (55)$$

$$\frac{\gamma_n}{\alpha_n} (1 - i \frac{k'_0}{k_n} \tan k'_0 \ell) B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_{m,n}}{\alpha_n} (1 + \frac{k'_m}{k_n} \tanh k'_m \ell) B_m + \frac{\gamma_n}{\alpha_n} (1 + \frac{k'_0}{k_n} \cot k'_0 \ell) C_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_{m,n}}{\alpha_n} (1 + \frac{k'_m}{k_n} \coth k'_m \ell) C_m = 0 \quad (56)$$

$$\frac{\beta_0}{\alpha_0} (1 + i \frac{k'_0}{k_0} \tan k'_0 \ell) B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\gamma_{m,0}}{\alpha_0} (1 - i \frac{k'_m}{k_0} \tanh k'_m \ell) B_m - \frac{\beta_0}{\alpha_0} (1 - i \frac{k'_0}{k_0} \cot k'_0 \ell) C_0 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\gamma_{m,0}}{\alpha_0} (1 - i \frac{k'_m}{k_0} \coth k'_m \ell) C_m = 0 \quad (57)$$

$$\frac{\gamma_n}{\alpha_n} \left(1 - \frac{k'_0}{k_n} \tan k'_0 \ell\right) B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_{m,n}}{\alpha_n} \left(1 + \frac{k'_m}{k_n} \tanh k'_m \ell\right) B_m - \frac{\gamma_n}{\alpha_n} \left(1 + \frac{k'_0}{k_n} \cot k'_0 \ell\right) C_0 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_{m,n}}{\alpha_n} \left(1 + \frac{k'_m}{k_n} \coth k'_m \ell\right) C_m = 0 \quad (58)$$

$$\frac{\beta_0}{\alpha_0} \left(1 - i \frac{k'_0}{k_0} \cot k'_0 \ell\right) C_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\gamma_{m,0}}{\alpha_0} \left(1 - i \frac{k'_m}{k_0} \coth k'_m \ell\right) C_m = 1 \quad (59)$$

$$\frac{\beta_0}{\alpha_0} \left(1 + i \frac{k'_0}{k_0} \tan k'_0 \ell\right) B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\gamma_{m,0}}{\alpha_0} \left(1 - i \frac{k'_m}{k_0} \tanh k'_m \ell\right) B_m = 1 \quad (60)$$

$$\frac{\gamma_n}{\alpha_n} \left(1 + \frac{k'_0}{k_n} \cot k'_0 \ell\right) C_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_{m,n}}{\alpha_n} \left(1 + \frac{k'_m}{k_n} \coth k'_m \ell\right) C_m = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (61)$$

$$\frac{\gamma_n}{\alpha_n} \left(1 - \frac{k'_0}{k_n} \tan k'_0 \ell\right) B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\beta_{m,n}}{\alpha_n} \left(1 + \frac{k'_m}{k_n} \tanh k'_m \ell\right) C_m = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (62)$$

聯立(46)、(59)、(60)、(61)及(62)等式求解 B_0 、 B_m 、 C_0 、 C_m ，再將之代入(47)、(49)、(51)、(53)式解得， A_0 、 A_n 、 D_0 、 D_n ；可得波浪透過彈性膜後之透過率 K_t 與反射率 K_r 。

$$K_t = |D_0| \quad (63)$$

$$K_r = |A_0| \quad (64)$$

3 計算結果與分析

圖2(a)~(d)及圖3(a)~(d)分別表示彈性膜密度($S_P = \rho_p/\rho = 1.3$)為一定時，不同特定彈性膜寬度($2\ell/h = 0.5$ 、 1.0 、 1.5 、 2.0)，不同拉力($T_m = 0.05$ 、 0.1 、 0.2 、 0.5)情形下，波浪透過率 K_t 、反射率 K_r 與無因週頻率 $\sigma^2 h/g$ 關係圖。

由圖2(a)~(d)中發現，波浪透過率曲線隨彈性膜寬度與張力之改變而變化，一般而言彈性膜張力以不大於 $T_m = 0.1$ 較具消波效果。由圖2(a)~(c)中明顯可看出，彈性膜寬度越小而張力越大時，波浪透過率也越大，消波效果也較差。在 $2\ell/h = 0.5$ 、 $T_m = 0.05$ 、 $\sigma^2 h/g = 2.3$ ， $2\ell/h = 1.0$ 、 $T_m = 0.05$ 、 $\sigma^2 h/g = 2.3$ 及 $2\ell/h = 1.0$ 、 $T_m = 0.1$ 、 $\sigma^2 h/g = 1.15$ 及 1.85 附近波浪透過率趨於零，此現象即說明彈性膜於上述配置及該波浪條件下有最佳之消波效果。

為探究水面上彈性膜於不同配置下之消波效果，將計算結果依透過率小於 0.6 、 0.4 與 0.2 表列如后。根據表列再就透過率 $K_t \leq 0.4$ 為消波效能之指標，將無因次週頻率分成 $\sigma^2/g < 1.0$ 、

1.05~1.5、1.55~3.0 三個頻率範圍討論， $\sigma^2/g < 1.0$ 之範圍，以 $2\ell/h = 1.5$ 、 $T_m = 0.05$ 的6.7% ($\sigma^2/g = 0.8 \sim 1.0$)為較佳之配置； $\sigma^2/g = 1.05 \sim 1.5$ 的週頻率範圍，以 $2\ell/h = 1.0$ 、 $T_m = 0.05$ 及 $2\ell/h = 1.5$ 、 $T_m = 0.1$ 的16.67%為最佳配置； $\sigma^2/g = 1.55 \sim 3.0$ 區間則以 $2\ell/h = 0.5$ 、 $T_m = 0.05$ 的40%為最優；另 $K_t \leq 0.2$ 以 $2\ell/h = 1.0$ 與1.5兩且 $T_m < 0.1$ 對 $\sigma^2/g \geq 1.0$ 較具消波效果。本計算例中彈性膜寬度以 $2\ell/h = 1.0$ 、1.5，與張力 $T_m \leq 1.0$ 之配置範圍會有較小之透過率。

4 計算模式檢證

領域內流體運動於兩假想邊界面上($x = -\ell, \ell$)，必需滿足壓力與水平速度連續；因此，將計算結果代入(14)~(17)式中驗證模式建構之邊界條件，結果如表二。在水底與靜水面由於受邊界之影響解之收斂性稍差，於一半水深處由於受上下兩邊界之影響較小，解的收斂性較理想。(表二中之符號P:表示壓力，V:表示速度，R:表示實部，I:表示虛部)

5 結論

綜合以上之數值計算分析結果，可得到以下幾點結論：

- (1) 彈性膜張力越大時，透過率與無因次關係曲線變化近似固定平板。
- (2) 彈性膜寬度以 $2\ell/h = 1.0$ 、1.5，張力 $T_m < 0.1$ 之配置可獲致較佳之消波效果。
- (3) 對較長週期波以配置小張力消波效果較佳，對較短週期波則以較大張力消波效果較佳。

參考文獻

1. 周宗仁、翁文凱、井島武士 (1987)，"潛水固定式繫留水平板受規則波作用引起之波分裂及衰減"，河海研究NO.34。
2. 王嘉興 (1987)，"固定水平板引起波減衰之實驗研究"，國立海洋學院河海工研究所碩士論文。
3. 岳景雲、姚武田、周宗仁 (1988)，"固定水平板對垂直岸壁減壓之影響"，第十一屆海洋工程研討會論文集，第455 - 467頁。
4. 周宗仁、韓文育 (1993)，"固定海岸結構物消波之研究"，中國土木水利工程學刊，第六卷，第二期，第169 - 182頁。
5. 井島、尾崎、江口、小林 (1970)，"水平板による防波堤と岸壁に關する理論研究 (2)"，第十七回海岸工程講演會論文集，日本，第97 - 106頁。
6. 日野幹雄、鶴飼惠三 (1970)，"水面上の彈性板の波による振動"，第十七回海岸工程講演會論文集，日本，第167 - 172頁。
7. 小坪清眞 (1973)，"土木振動學"，第十七回海岸工程講演會論文集，森北出版株式會社，日本。

表一 透過率與無因次週頻率關係表

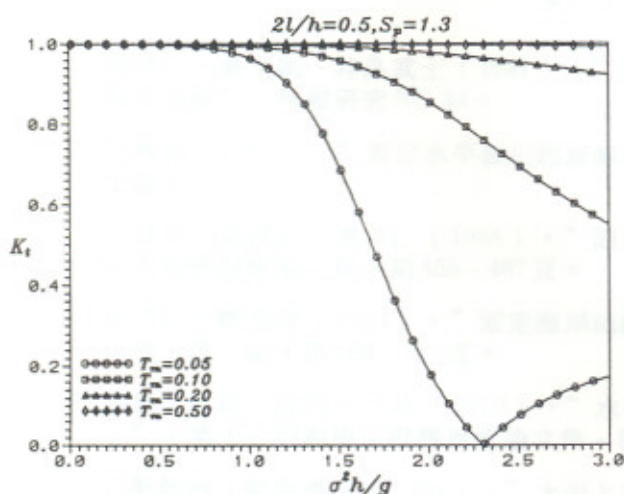
設置條件		Kt < 0.6		Kt < 0.4		Kt < 0.2	
2l/h	Tm	$\sigma^2 h/g$	%	$\sigma^2 h/g$	%	$\sigma^2 h/g$	%
0.5	0.05	1.60 ~ 3.00	46.7	1.80 ~ 3.00	40.0	1.60 ~ 3.00	33.3
1.0	0.05	0.85 ~ 1.95	36.7	0.95 ~ 1.90	31.7	1.05 ~ 1.40 1.75 ~ 1.90	11.7 5.0
	0.1	1.15 ~ 3.00	61.7	1.30 ~ 3.00	56.7	1.50 ~ 3.00	50.0
	0.2	1.85 ~ 3.00	38.3	2.40 ~ 3.00	20.0	-	-
1.5	0.05	0.70 ~ 1.10	13.3	0.80 ~ 1.05	8.3	2.35 ~ 3.00	21.7
		2.03 ~ 3.00	31.7	2.15 ~ 3.00	28.3		
	0.1	0.85 ~ 1.65	26.7	0.95 ~ 1.60	21.7	1.15 ~ 1.55	13.3
	0.2	1.15 ~ 2.80	55.3	1.40 ~ 2.75	45.0	1.75 ~ 2.65	30.3
0.5	2.60 ~ 3.00	13.3	-	-	-	-	
2.0	0.05	1.40 ~ 1.95	18.3	1.50 ~ 1.95	15.0	1.65 ~ 1.90	8.3
		2.15 ~ 2.30	5.0				
		2.95 ~ 3.00	1.7				
	0.1	0.75 ~ 1.05 2.25 ~ 3.00	10.0 25.5	2.45 ~ 3.00	18.3	2.75 ~ 3.00	8.3
	0.2	0.90 ~ 1.65	25.0	1.10 ~ 1.60	16.7	-	-
0.5	1.55 ~ 3.00	48.3	2.05 ~ 3.00	31.7	2.55 ~ 3.00	-	

$$\% = \frac{\text{透過率小於某定值之範圍}}{\text{全週期範圍}}$$

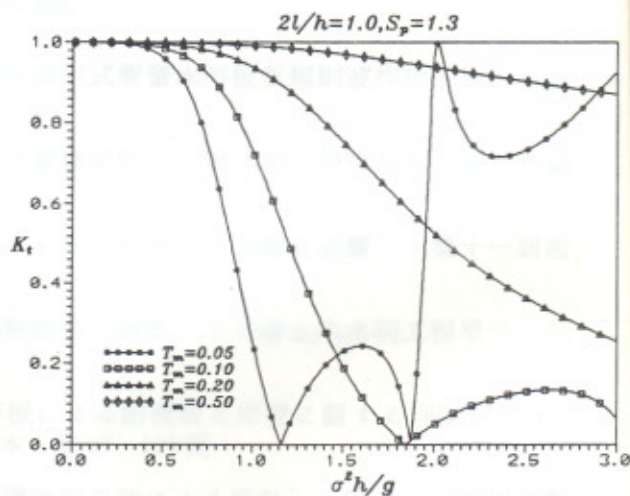
表二 假想邊界上的速度與壓力連續

$\sigma^2 h/3 = 0.25 \quad T_m = 0.1 \quad S_p = 1.3$								
PRESSURE ON THE PSEUDO BOUNDARY ($x=1$)								
Z	PR(2)	PR(1)	PI(2)	PI(1)	PR(3)	PR(2)	PI(3)	PI(2)
0.0	0.9237	0.9208	-0.0790	-0.0707	0.6519	0.6593	-0.7494	-0.7465
-0.1	0.9026	0.8996	-0.0730	-0.0659	0.6348	0.6414	-0.7343	-0.7321
-0.2	0.8828	0.8803	-0.0687	-0.0628	0.6201	0.6256	-0.7197	-0.7179
-0.3	0.8651	0.8634	-0.0651	-0.0609	0.6077	0.6116	-0.7062	-0.7050
-0.4	0.8497	0.8488	-0.0621	-0.0601	0.5977	0.5995	-0.6942	-0.6936
-0.5	0.8366	0.8367	-0.0597	-0.0600	0.5896	0.5893	-0.6838	-0.6839
-0.6	0.8259	0.8270	-0.0578	-0.0604	0.5834	0.5810	-0.6751	-0.6759
-0.7	0.8175	0.8195	-0.0583	-0.0610	0.5789	0.5746	-0.6682	-0.6696
-0.8	0.8116	0.8142	-0.0553	-0.0616	0.5758	0.5700	-0.6633	-0.6652
-0.9	0.8080	0.8111	-0.0546	-0.0620	0.5740	0.5672	-0.6603	-0.6625
-1.0	0.8068	0.8100	-0.0544	-0.0622	0.5735	0.5663	-0.6593	-0.6616

VELOCITY ON THE PSEUDO BOUNDARY ($x=-1$)								
Z	VR(2)	VR(1)	VI(2)	VI(1)	VR(3)	VR(2)	VI(3)	VI(2)
0.0	-0.0374	-0.0143	0.6387	0.6446	0.4327	0.4440	0.4115	0.3877
-0.1	-0.0440	-0.0360	0.5704	0.5460	0.3822	0.4035	0.3280	0.3371
-0.2	-0.0409	-0.0332	0.5434	0.5260	0.3672	0.3838	0.3171	0.3220
-0.3	-0.0369	-0.0321	0.5263	0.5123	0.3575	0.3699	0.3092	0.3142
-0.4	-0.0334	-0.0306	0.5131	0.5077	0.3535	0.3589	0.3074	0.3085
-0.5	-0.0305	-0.0312	0.5029	0.5029	0.3508	0.3503	0.3037	0.3043
-0.6	-0.0282	-0.0312	0.4949	0.5039	0.3514	0.3435	0.3044	0.3010
-0.7	-0.0265	-0.0327	0.4889	0.5025	0.3515	0.3385	0.3022	0.2986
-0.8	-0.0253	-0.0328	0.4847	0.5052	0.3533	0.3349	0.3038	0.2969
-0.9	-0.0246	-0.0341	0.4823	0.5041	0.3535	0.3329	0.3021	0.2959
-1.0	-0.0244	-0.0336	0.4814	0.5062	0.3546	0.3322	0.3038	0.2955

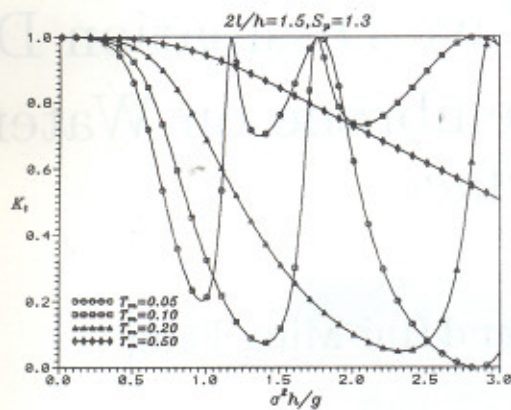


(a)

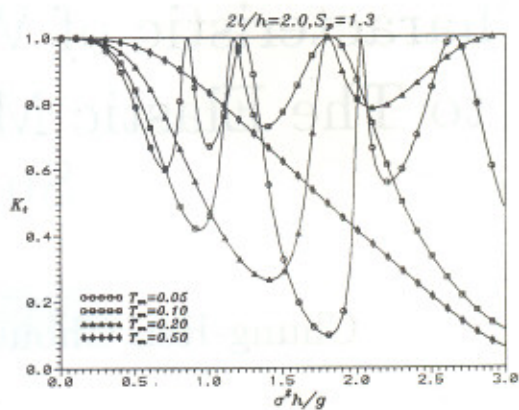


(b)

圖2 彈性膜不同設置條件，透過率與無因次週頻率關係

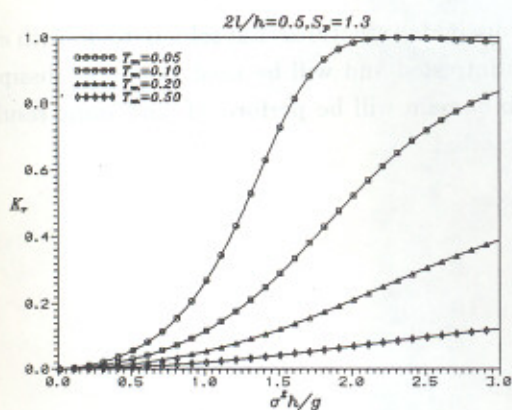


(c)

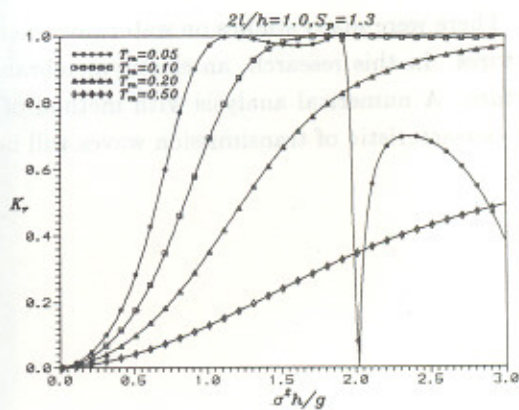


(d)

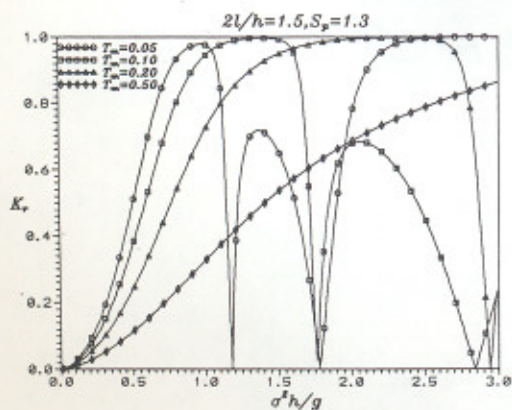
圖2 彈性膜不同設置條件，透過率與無因次週頻率關係



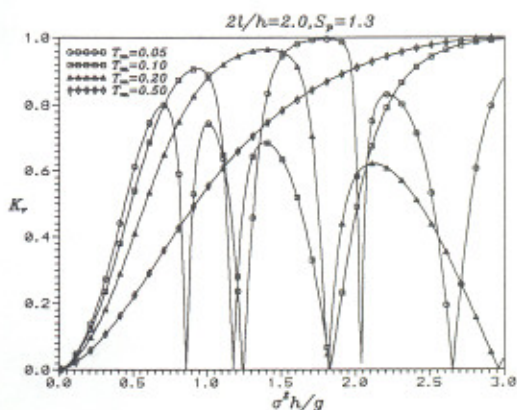
(a)



(b)



(c)



(d)

圖3 彈性膜不同設置條件，反射過率與無因次週頻率關係

Characteristic of Wave Dissipation Due to The Elastic Membrane on Water Surface

Chung-Ren Chou¹ and Hui-Ming Fang²

Abstract

There were many studies on waterwave energy dissipated structures, but seldom to do with elastic structures. In this research, an elastic membrane is interested and will be used as energy dissipation structure. A numerical analysis with method of sub-domain will be performed, and some results as that characteristic of transmission waves will be detected.

¹Professor, Dept. of Harbor and River Eng., National Taiwan Ocean Univ., Bee-Ning Rd. 2, Keelung 202, Taiwan.
²Graduate Student, ditto.