

港口附近船舶的運動

周宗仁* 翁文凱**

摘要

本研究利用邊界元素法以數值解析的方法，考慮當船舶到達港口附近時，波浪受海底地形及防波堤影響，而作用於船舶時引起船體的運動情況。並以箱形船為例，說明箱形船體在無限長直線防波堤所構成的港口附近受各種不同週期及入射方向的規則波作用時，船體在港口附近之位置與運動之關係。

一、前言

船舶航行在廣闊的大海時，受波浪的作用而引起的運動，至目前為止不論在規則波或不規則波理論下，均有很多的學者以各種理論加以分析，並有很好的成果。然而當船舶航行至近海時，由於波浪受海底地形影響而產生變形，因此船舶所受的波浪作用有別與深海者，尤其當船舶到達港口附近時波浪除受地形影響而變形外，由於防波堤的存在，有時會形成三角波，即短峯波，此時船舶所受的波浪作用與在深海者有所差異，關於此方面的研究為數不多。本研究將利用邊界元素法以數值計算的方法，在考慮波浪受海底地形及防波堤的影響，作用於船舶時引起船舶的運動情況。並以箱形船為例，說明箱形船在直線防波堤構成的港口附近受各種不同週期及方向的波浪作用時所引起的運動。

二、理論分析

如圖1所示，將座標原點定於 o 點，在水平面內設 xy 平面， z 軸以垂直向上為正。在遠離港口的地方設置一個假想邊界 Γ ，而將海域分為等水深 h 的外海領域I及任意水深的港口領域II等兩領域。假設兩領域的流體運動均為非壓縮性非粘性非回轉性理想流體的微小振幅波運動，當一定週頻率 σ ($= 2\pi/T$, T 為波的週期)、振幅為 ζ_0 的簡諧波從外海入射時，兩領域的流體運動均應持有如下式所示的速度勢 $\Phi(x, y, z; t)$ 。

* 國立臺灣海洋大學河海工程學系教授

** 國立臺灣海洋大學河海工程學系講師

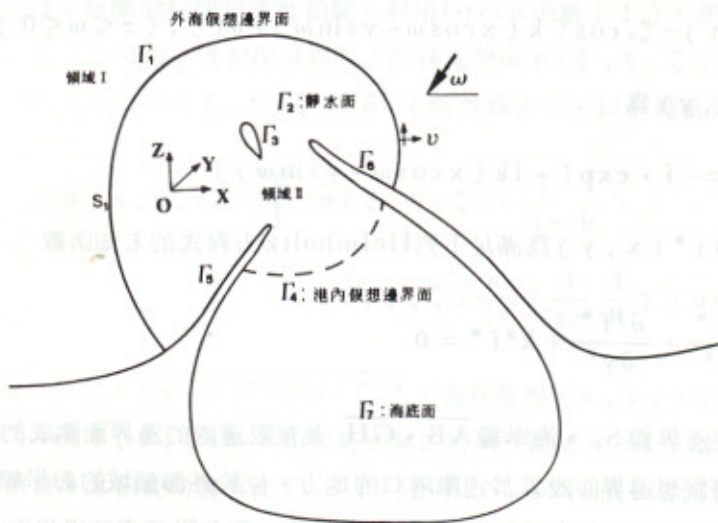


圖1 定義圖

$$\Phi(x, y, z, t) = \frac{g \zeta_0}{\sigma} \phi(x, y, z) e^{-i\sigma t} \quad \dots\dots\dots(1)$$

式中， g 表示重力加速度，而 $\phi(x, y, z)$ 應滿足下列 Laplace 方程式。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

2-1 等水深外海領域速度勢的表示

如圖 1 所示，在距離港口極遠，已不受港口及防波堤散射影響處（通常為入射波波長的一半以上即可），設置一假想邊界面，而將流體領域分成等水深 h 的外海領域（I）及包含防波堤、港口等的任意水深領域（II）。在外海領域（I）內由於假設水深為一定的關係，可利用變數分離法將該領域的速度勢 $\phi_0(x, y, z)$ 分離成如下式所示，依自由水面邊界條件而定的與水深 z 有關的已知函數及與平面位置有關的未知函數。

$$\phi_0(x, y, z) = \{ f^0(x, y) + f^*(x, y) \} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad \dots\dots\dots(3)$$

式中， k 為 $\sigma^2 h / g = k h \tanh kh$ 的根，而 f^0 及 f^* 分別為外海領域的入射波及因港口、防波堤的存在及船體運動引起反射波、繞射波及輻射波等的勢函數。

當入射波為與 x 軸呈 ω 角度入射、振幅 ζ_0 的簡諧波，其水面波形 $\zeta_i(x, y; t)$ 以下式表示時

$$\zeta_i(x, y; t) = \zeta_0 \cos [k(x \cos \omega + y \sin \omega) + \sigma t], (\pi \leq \omega \leq 0) \quad \dots\dots(4)$$

入射波的勢函數 $f^0(x, y)$ 為

$$f^0(x, y) = -i \cdot \exp[-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)] \quad \dots\dots(5)$$

將(3)式代入(2)式得 $f^*(x, y)$ 為滿足下列Helmholtz方程式的未知函數

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f^*}{\partial y^2} + k^2 f^* = 0 \quad \dots\dots(6)$$

外海領域係由假想邊界線 S_1 、海岸線 \overline{AB} 、 \overline{GH} 及無限遠處的邊界面圍成的封閉曲線。對外海領域而言，由於將假想邊界面設置於遠離港口的地方，位於外海領域的海岸線 \overline{AB} 、 \overline{GH} 可假設已不會對港口有影響而視其反射波的勢函數值 f^* 為零，對無限遠處的邊界面，由於必須滿足 Sommerfeld 的輻射條件，因此反射波的勢函數值 f^* 亦可視為零。因此利用 Green 函數 [1]，外海領域內任意一點的反射波勢函數 $f^*(x, y)$ 可以下列的積分方程式表示之。

$$cf^*(x, y) = \int_{S_1} [f^*(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} (-\frac{i}{4} H_0^{(1)}(kR)) - (-\frac{i}{4} H_0^{(1)}(kR)) \frac{\partial}{\partial \nu} f^*(\xi, \eta)] ds \quad \dots\dots(7)$$

式中， $f^*(\xi, \eta)$ 為幾何學邊界上的勢函數值，而 $\partial f^*(\xi, \eta) / \partial \nu (= \bar{f}^*(\xi, \eta))$ 表示對法線方向的一次導函數值， $H_0^{(1)}(kR)$ 為第 1 種 0 次 Hankel 函數， ν 為邊界上的法線，以向外為正，而 $R = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$ 。當任意點 (x, y) 在領域內時， $c = 1$ ，而 $(x, y) \rightarrow (\xi, \eta)$ 時，由於 Hankel 函數的特異性而使 $c = 1/2$ 。

為了進行數值解析，本研究對上式，利用 N 個一定線元素將邊界 Γ_1 在 $c = 1/2$ 的情況時，加以離散化而以下列的矩陣形式表示。

$$\{F^*\} = [K^*] \{\bar{F}^*\} \quad \dots\dots(8)$$

$\{F^*\}$ 及 $\{\bar{F}^*\}$ 分別為邊界上的勢函數值及其導函數值，而 $[K^*]$ 為與邊界的幾何學形狀有關的係數矩陣，其值請參考文獻 [1]。

2-2 任意水深領域速度勢的表示

當船舶在領域 (I) 內受波浪作用而運動時，領域 (I) 係為由外海假想邊界面 Γ_1 、自由水面 Γ_2 、船體沒水表面 Γ_3 、港內假想邊界面 Γ_4 、不透水防波堤邊界面 Γ_5 、 Γ_6 及不透水任

意地形固定海底面 Γ_7 包圍的封閉三次度領域。利用 Green 函數 [1]，領域 (I) 內任意一點的速度勢 $\phi(x, y, z)$ 可由上述封閉邊界面上的速度勢值 $\phi(\xi, \eta, \zeta)$ 及其在法線方向的一次導函數 $\bar{\phi}(\xi, \eta, \zeta) = \partial\phi(\xi, \eta, \zeta) / \partial\nu$ (向外為正)，以下列積分方程式計算之。

$$c\phi(x, y, z) = \int \left[\bar{\phi}(\xi, \eta, \zeta) \left(\frac{1}{4\pi R} \right) - \phi(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial}{\partial\nu} \left(\frac{1}{4\pi R} \right) \right] dA \quad \dots\dots\dots(9)$$

式中， $R = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$ ，當任意點 (x, y, z) 在領域內時， $c = 1$ ，而 $(x, y, z) \rightarrow (\xi, \eta, \zeta)$ 時，由於特別解的特異性而使 $c = 1/2$ 。

為進行數值計算，本研究將邊界面 $\Gamma_1 \sim \Gamma_7$ 分別以 $N_1 \sim N_7$ 個一定面積元素加以離散化，並以下列矩陣形式表示。

$$\{ \phi \} = [K] \{ \bar{\phi} \} \quad \dots\dots\dots(10)$$

$\{ \phi \}$ 及 $\{ \bar{\phi} \}$ 分別為邊界上的勢函數值及其導函數值，而 $[K]$ 為與邊界的幾何學形狀有關的係數矩陣，其值請參考文獻 [1]。

2-3 各邊界面上的邊界條件

各領域的邊界條件為

1. 自由水面的邊界條件

由於自由水面 Γ_2 上的大氣壓力一定及運動學邊界條件可得

$$\bar{\phi} = \frac{\sigma^2}{g} \phi, \quad z = 0 \quad \dots\dots\dots(11)$$

2. 不透水海底的邊界條件

由於假定海底 Γ_7 為不透水，其法線方向的流速為 0，即

$$\bar{\phi} = 0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

3. 外海邊界面 Γ_1 上的邊界條件

在等水深領域與任意水深領域的相接邊界面 Γ_1 上，由於兩領域的流體運動所引起的質量及能量流束必須連續的條件，可得下列的條件

$$\bar{\phi}_0(\xi, \eta, \zeta) = \bar{\phi}(\xi, \eta, \zeta) \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$\phi_0(\xi, \eta, \zeta) = \phi(\xi, \eta, \zeta) \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \cosh k(z_{11} + h) \Delta z_1 \cdots \cosh k(z_{1n} + h) \Delta z_n \\ \vdots \\ \cosh k(z_{m1} + h) \Delta z_1 \cdots \cosh k(z_{mn} + h) \Delta z_n \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(19)$$

(17)式表示外海假想邊界 Γ_1 ，任意水深領域的速度勢與其導函數間的關係式。

4. 防波堤 Γ_5 、 Γ_6 上的邊界條件

在防波堤 Γ_5 、 Γ_6 上，由於假定為全反射的不透水面而得

$$\bar{\phi}(\xi, \eta, \zeta) = 0 \quad \dots\dots\dots(20)$$

5. 港內假想邊界面 Γ_4 的邊界條件

由於本研究的主要目的在於解析船舶在港口附近受波作用時的運動情況，因此為了節省電腦的計算容量，而在港內遠離港口適當的地方設置假想邊界面，假定由港口進入的波浪通過此假想邊界面後不會再反射回來，即不考慮港內平面配置的影響。此時在假想邊界面 Γ_4 上可得類似 Sommerfeld 輻射條件的邊界條件如下〔2〕。

$$\bar{\phi}(\xi, \eta, \zeta) = ik\phi(\xi, \eta, \zeta) \quad \dots\dots\dots(21)$$

6. 船體表面上的運動邊界條件

若船體在靜止狀態時的重心位置為 $(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$ ，受波作用而呈微小運動時的重心為 (x_0, y_0, z_0) ，而船體在重心附近對 x 、 y 、 z 軸分別作 δ_1 、 δ_2 、 δ_3 回轉時，船體水中部份的表面位置方程式 $\zeta(x, y, z; t)$ 可由下式計算之。

$$\begin{aligned} \zeta = & - [(x - \bar{x}_0) + \delta_3 (y - \bar{y}_0) - \delta_2 (z - \bar{z}_0)] \zeta_x \\ & - [(y - \bar{y}_0) + \delta_1 (z - \bar{z}_0) - \delta_3 (x - \bar{x}_0)] \zeta_y \\ & + [(z - \bar{z}_0) + \delta_2 (x - \bar{x}_0) - \delta_1 (y - \bar{y}_0)] \zeta_z \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(22)$$

由於

$$d\zeta / dt = u\zeta_x + v\zeta_y + w\zeta_z + \zeta_t = 0 \quad \dots\dots\dots(23)$$

又因本研究所述運動具有速度勢 $\Phi(x, y, z; t)$ ，所以上式可寫成

$$\Phi_x \zeta_x + \Phi_y \zeta_y - \Phi_z + \zeta_t = 0 \quad \dots\dots\dots(24)$$

上式中的 ζ_x 、 ζ_y 及 -1 可視為靜止狀態時船體水中部份表面 Γ_3 的法線在 x 、 y 、 z 方向的分

量，因此可由上式得表面的邊界條件如下

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} = & \frac{\partial x_0}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial \nu} + \frac{\partial y_0}{\partial t} \frac{\partial y}{\partial \nu} + \frac{\partial z_0}{\partial t} \frac{\partial z}{\partial \nu} \\ & + \frac{\partial \delta_1}{\partial t} \left[(y - \bar{y}_0) \frac{\partial z}{\partial \nu} - (z - \bar{z}_0) \frac{\partial y}{\partial \nu} \right] \\ & + \frac{\partial \delta_2}{\partial t} \left[(z - \bar{z}_0) \frac{\partial x}{\partial \nu} - (x - \bar{x}_0) \frac{\partial z}{\partial \nu} \right] \\ & + \frac{\partial \delta_3}{\partial t} \left[(x - \bar{x}_0) \frac{\partial y}{\partial \nu} - (y - \bar{y}_0) \frac{\partial x}{\partial \nu} \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots 25$$

由於船體受週頻率為 σ 的簡諧波作用，因此船體亦作週頻率為 σ 的簡諧運動，若船體運動在 x 、 y 、 z 軸的位移及回轉振幅分別以 ξ^* 、 η^* 、 ζ^* 及 ω_1^* 、 ω_2^* 、 ω_3^* 表示時， (x_0, y_0, z_0) 與 $(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$ 間有下列的關係。

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \bar{x}_0 + \xi^* e^{-i\sigma t} \\ y_0 &= \bar{y}_0 + \eta^* e^{-i\sigma t} \\ z_0 &= \bar{z}_0 + \zeta^* e^{-i\sigma t} \\ \delta_1 &= \omega_1^* e^{-i\sigma t} \\ \delta_2 &= \omega_2^* e^{-i\sigma t} \\ \delta_3 &= \omega_3^* e^{-i\sigma t} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots 26$$

當船體的質量為 m ，通過重心與 x 、 y 及 z 軸平行的慣性力矩以 I_x 、 I_y 、 I_z 表示時，作用於船體的壓力除重力、流體動壓力 p 外還有復原力 R ，其在 x 、 y 、 z 軸的分力以 R_x 、 R_y 、 R_z （但 $R_x = R_y = 0$ ）表示。復原力引起對重心的力矩若以 M 表示，其對 x 、 y 、 z 軸的分力矩為 M_x 、 M_y 、 M_z （但 $M_z = 0$ ）時，船體的第一近似運動方程式為

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2 x_0}{dt^2} &= \iint_{\Gamma_3} p \frac{\partial x}{\partial \nu} d\Gamma \\ m \frac{d^2 y_0}{dt^2} &= \iint_{\Gamma_3} p \frac{\partial y}{\partial \nu} d\Gamma \\ m \frac{d^2 z_0}{dt^2} &= \iint_{\Gamma_3} p \frac{\partial z}{\partial \nu} d\Gamma + R_z \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots 28$$

$$\left. \begin{aligned} I_x \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} &= \iint_{\Gamma_3} p \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) \right] d\Gamma + M_x \\ I_y \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} &= \iint_{\Gamma_3} p \left[\frac{\partial x}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) \right] d\Gamma + M_y \\ I_z \frac{d^2 \delta_3}{dt^2} &= \iint_{\Gamma_3} p \left[\frac{\partial y}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) - \frac{\partial x}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) \right] d\Gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

$$R_z = - \iint_{\Gamma_3} \rho g z_0 \frac{\partial z}{\partial \nu} d\Gamma \dots\dots\dots(30)$$

$$\left. \begin{aligned} M_x &= - \iint_{\Gamma_3} \rho g \delta_1 (y - \bar{y}_0) \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) \right] d\Gamma \\ M_y &= - \iint_{\Gamma_3} \rho g \delta_2 (x - \bar{x}_0) \left[\frac{\partial x}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) \right] d\Gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

將26、27式分別代入28、29式，又因流體動壓力 $p / \rho g \zeta_0 = i \phi \exp(-i \sigma t)$ 及

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x_0}{\partial t} &= -i \sigma \xi^* e^{-i \sigma t} & , & & \frac{\partial \delta_1}{\partial t} &= -i \sigma \omega_1^* e^{-i \sigma t} \\ \frac{\partial y_0}{\partial t} &= -i \sigma \eta^* e^{-i \sigma t} & , & & \frac{\partial \delta_2}{\partial t} &= -i \sigma \omega_2^* e^{-i \sigma t} \\ \frac{\partial z_0}{\partial t} &= -i \sigma \zeta^* e^{-i \sigma t} & , & & \frac{\partial \delta_3}{\partial t} &= -i \sigma \omega_3^* e^{-i \sigma t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(32)$$

處理後得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\xi^*}{\zeta_0} &= -a_1 \iint_{\Gamma_3} i \phi \frac{\partial x}{\partial \nu} d\Gamma \\ \frac{\eta^*}{\zeta_0} &= -a_2 \iint_{\Gamma_3} i \phi \frac{\partial y}{\partial \nu} d\Gamma \\ \frac{\zeta^*}{\zeta_0} &= -a_3 \iint_{\Gamma_3} i \phi \frac{\partial z}{\partial \nu} d\Gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_1^*}{\zeta_0} &= -\alpha_1 \iint_{\Gamma_3} i \phi \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) \right] d\Gamma \\ \frac{\omega_2^*}{\zeta_0} &= -\alpha_2 \iint_{\Gamma_3} i \phi \left[\frac{\partial x}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) \right] d\Gamma \\ \frac{\omega_3^*}{\zeta_0} &= -\alpha_3 \iint_{\Gamma_3} i \phi \left[\frac{\partial y}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) - \frac{\partial x}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) \right] d\Gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 34$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= a_2 = \frac{\rho}{m\sigma^2/g} \\ a_3 &= \frac{\rho}{m\sigma^2/g} - \iint_{\Gamma_3} \rho \frac{\partial z}{\partial \nu} d\Gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 35$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\rho}{\frac{I_x \sigma^2}{g} - \iint_{\Gamma_3} \rho g (y - \bar{y}_0) \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) \right] d\Gamma} \\ \alpha_2 &= \frac{\rho}{\frac{I_y \sigma^2}{g} - \iint_{\Gamma_3} \rho g (z - \bar{z}_0) \left[\frac{\partial x}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) \right] d\Gamma} \\ \alpha_3 &= \frac{\rho}{I_z \sigma^2/g} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 36$$

將(1)、32~36式代入25式整理後得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial \nu} &= -\frac{\sigma^2}{g} \left\{ a_1 \frac{\partial x}{\partial \nu} \iint_{\Gamma_3} \phi \frac{\partial x}{\partial \nu} d\Gamma + a_2 \frac{\partial y}{\partial \nu} \iint_{\Gamma_3} \phi \frac{\partial y}{\partial \nu} d\Gamma \right. \\ &\quad + a_3 \frac{\partial z}{\partial \nu} \iint_{\Gamma_3} \phi \frac{\partial z}{\partial \nu} d\Gamma + \alpha_1 \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) \right] \\ &\quad \cdot \iint_{\Gamma_3} \phi \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) \right] d\Gamma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \alpha_2 \left[\frac{\partial x}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) \right] \\
& \cdot \iint_{\Gamma_3} \phi \left[\frac{\partial x}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) \right] d\Gamma \\
& + \alpha_3 \left[\frac{\partial y}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) - \frac{\partial x}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) \right] \\
& \cdot \iint_{\Gamma_3} \phi \left[\frac{\partial y}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) - \frac{\partial x}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) \right] d\Gamma \} \dots\dots\dots(37)
\end{aligned}$$

因進行數值計算時，係將船體表面以 N_3 個一定面元素加以分割，所以可將上式以下列矩陣形式表示之。

$$[\bar{\phi}] = \{k_i\} \{\phi\} \dots\dots\dots(38)$$

$$\{k_i\} = a_{ij} + b_{ij} + c_{ij} + d_{ij} + e_{ij}, \quad (i, j = 1, 2, \dots, N_3) \dots\dots\dots(39)$$

$$\left. \begin{aligned}
a_{ij} &= -a_1 \frac{\sigma^2}{g} \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \nu} \right)_j \left(\frac{\partial x}{\partial \nu} \right)_i + \left(\frac{\partial y}{\partial \nu} \right)_j \left(\frac{\partial y}{\partial \nu} \right)_i \right] d\Gamma_j \\
b_{ij} &= -a_3 \frac{\sigma^2}{g} \left[\left(\frac{\partial z}{\partial \nu} \right)_j \left(\frac{\partial z}{\partial \nu} \right)_i \right] d\Gamma_j \\
c_{ij} &= -\alpha_1 \frac{\sigma^2}{g} \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) \right]_j \\
& \quad \cdot \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) \right]_i d\Gamma_j \\
d_{ij} &= -\alpha_2 \frac{\sigma^2}{g} \left[\frac{\partial x}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) \right]_j \\
& \quad \cdot \left[\frac{\partial x}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) \right]_i d\Gamma_j \\
e_{ij} &= -\alpha_3 \frac{\sigma^2}{g} \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) \right]_j \\
& \quad \cdot \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) \right]_i d\Gamma_j
\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(40)$$

2-4 連立方程式的建立

爲了便於將各邊界的條件代入(10)式，將(10)式依各邊界面以下列部份矩陣表示

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \\ \phi_5 \\ \phi_6 \\ \phi_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & k_{17} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & k_{27} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & k_{37} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} & k_{47} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} & k_{57} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} & k_{67} \\ k_{71} & k_{72} & k_{73} & k_{74} & k_{75} & k_{76} & k_{77} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\phi}_1 \\ \bar{\phi}_2 \\ \bar{\phi}_3 \\ \bar{\phi}_4 \\ \bar{\phi}_5 \\ \bar{\phi}_6 \\ \bar{\phi}_7 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(41)$$

由於(12)、(20)的條件，我們可先求解邊界面 1~4 的未知函數，即

$$\begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\phi}_1 \\ \bar{\phi}_2 \\ \bar{\phi}_3 \\ \bar{\phi}_4 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(42)$$

將(41)、(17)、(21)、(38)式代入上式，整理後得

$$\begin{bmatrix} [k_{11} - cRk^*Q] & \frac{\sigma^2}{g} k_{12} & k_{13} k_e & ikk_{14} \\ k_{21} & \frac{\sigma^2}{g} k_{22} - I & k_{23} k_e & ikk_{24} \\ k_{31} & \frac{\sigma^2}{g} k_{32} & k_{33} k_e - I & ikk_{34} \\ k_{41} & \frac{\sigma^2}{g} k_{42} & k_{43} k_e & ikk_{44} - I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\phi}_1 \\ \bar{\phi}_2 \\ \bar{\phi}_3 \\ \bar{\phi}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R[F^0 - k^* \bar{F}^0] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

解上式可得任意水深領域 1 邊界面上的速度勢導函數值及 2~4 邊界面上的速度勢值。爾後可由(32)、(33)式求得船體受規則波作用時，船體重心的運動振幅。

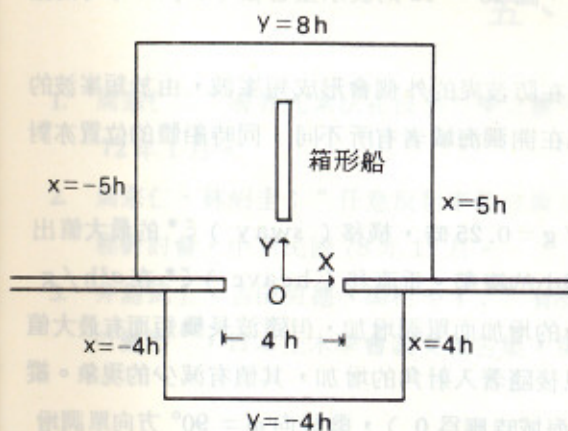
作用於船體的分力 F_x 、 F_y 、 F_z 及對軸的分力矩 N_x 、 N_y 、 N_z 可以下列公式計算之。

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_x}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \sum_{j=1}^{N_3} i(\phi_3)_j \left(\frac{\partial x}{\partial \nu} \right)_j \frac{d\Gamma_j}{h^2} \cdot e^{-\sigma t} \\ \frac{F_y}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \sum_{j=1}^{N_3} i(\phi_3)_j \left(\frac{\partial y}{\partial \nu} \right)_j \frac{d\Gamma_j}{h^2} \cdot e^{-\sigma t} \\ \frac{F_z}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \sum_{j=1}^{N_3} \left[i(\phi_3)_j - \frac{\zeta^*}{\zeta_0} \right] \left(\frac{\partial z}{\partial \nu} \right)_j \frac{d\Gamma_j}{h^2} \cdot e^{-\sigma t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(44)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_x}{\rho g \zeta_0 h^3} &= \sum_{j=1}^{N_3} \left[i\phi_3 - \frac{\omega_1^*}{\zeta_0} (y - \bar{y}_0) \right]_j \\ &\quad \cdot \left[\frac{\partial z}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) - \frac{\partial y}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) \right]_j \frac{d\Gamma_j}{h^3} \cdot e^{-\sigma t} \\ \frac{N_y}{\rho g \zeta_0 h^3} &= \sum_{j=1}^{N_3} \left[i\phi_3 - \frac{\omega_2^*}{\zeta_0} (x - \bar{x}_0) \right]_j \\ &\quad \cdot \left[\frac{\partial x}{\partial \nu} (z - \bar{z}_0) - \frac{\partial z}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) \right]_j \frac{d\Gamma_j}{h^3} \cdot e^{-\sigma t} \\ \frac{N_z}{\rho g \zeta_0 h^3} &= \sum_{j=1}^{N_3} \left[i\phi_3 \right]_j \left[\frac{\partial y}{\partial \nu} (x - \bar{x}_0) - \frac{\partial x}{\partial \nu} (y - \bar{y}_0) \right]_j \frac{d\Gamma_j}{h^3} \cdot e^{-\sigma t} \end{aligned} \right\} (45)$$

三、計算例及分析

外海假想邊界面



港內假想邊界面

圖 2 假想邊界面配置圖

2a/h = 0.8
2b/h = 4.0
qh = 0.5

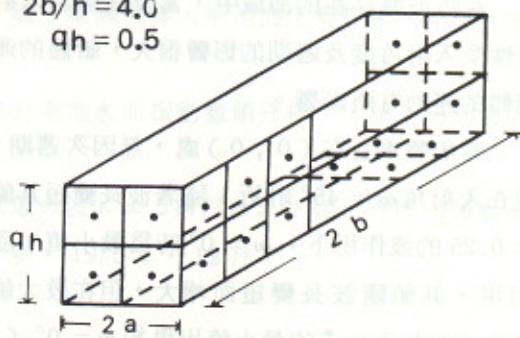


圖 3 箱形船元素分配圖

本文以圖 2 所示，長 $2b/h = 4$ ，寬 $2a/h = 0.8$ (h = 水深)，吃水 $qh = 0.5$ 的箱形船為例，說明箱形船在開口為 $4h$ 的無限長直線防波堤附近，受各種不同週期 $\sigma^2 h/g = 0.25 \sim 0.75$ 及入射波方向 $\theta = 0^\circ \sim 90^\circ$ 的波浪作用時，受防波堤存在的影響而引起船體的運動。

進行數值計算時，外海的假想邊界面如圖 2 所示，分別設在 $x = \pm 5h$ 及 $y = 8h$ 處，因此在本計算例的分析範圍內，因船體的運動引起的散射影響在假想邊界面處應已不存在。在外海假想邊界面 Γ_1 上，對水深方向分割為 $n = 2$ 層，水平方向分割成 $m = 52$ 個元素，即共有 104 個面元素。靜水面 Γ_2 上以邊長為 $0.5h$ 的正方形元素加以分割共有 432 個，海底面的分割較粗有 190 個，港內假想邊界面 Γ_4 分別設置在 $x = \pm 4$ 及 $y = -4$ 處，而以 20 個元素分割之，左右防波堤有 11 個元素。箱形船船體沒水表面則如圖 3 所示，以 68 個元素加以分割。其質量 m 及對 x 、 y 、 z 軸的慣性力矩 I_x 、 I_y 、 I_z 可以下式計算之〔3〕。

$$\left. \begin{aligned} m &= 4\rho abqh \\ I_x &= \frac{4}{3}\rho\nu_1^2 ab^3qh \left[1 + \left(\frac{qh}{2b}\right)^2 \right] \\ I_y &= \frac{4}{3}\rho\nu_2^2 a^3bqh \left[1 + \left(\frac{qh}{2a}\right)^2 \right] \\ I_z &= \frac{4}{3}\rho\nu_3^2 abqh (a^2 + b^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

上式中， ν_1^2 、 ν_2^2 、 ν_3^2 係由船體的質量密度分佈決定的係數，本計算例假定為 1.25。

圖 4 ~ 6 表示箱形船的船長方向沿著 y 軸，而其重心位置在 $(0, 0)$ 處，無因次週期 $\sigma^2h/g = 0.25, 0.5, 0.75$ ，入射方向 $\omega = 0^\circ \sim 90^\circ$ 的簡諧波入射時，船體六個運動振幅的變化情形。圖 7 ~ 9 為船體重心在 $(0, 2h)$ 處的結果，圖 10 ~ 12 則表示重心在 $(0, 4h)$ 時的結果。

在防波堤存在的海域中，當波浪傾斜入射時，在防波堤的外側會形成短峯波，由於短峯波的特性受入射角度及週期的影響很大，船體的運動與在開闊海域者有所不同，同時船體的位置亦對船體的運動有所影響。

當船體重心在 $(0, 0)$ 處，無因次週期 $\sigma^2h/g = 0.25$ 時，橫移 (sway) ξ^* 的最大值出現在入射角 $\omega \approx 45^\circ$ 附近，隨著波長變短其值有變小的趨勢。垂直移 (heave) ζ^* 在 $\sigma^2h/g = 0.25$ 的波作用下， $\omega = 0^\circ$ 時為最小值，隨著 ω 的增加而單調增加，但隨波長變短而有最大值出現，其值隨波長變短而增大，但在最大值出現後隨著入射角的增加，其值有減少的現象。縱轉 (pitch) ω_1^* 的最小值出現於 $\omega = 0^\circ$ (開闊海域時應為 0)，爾後向 $\omega = 90^\circ$ 方向單調增加，但波長變短時最大值有變大的趨勢。橫轉 (roll) ω_2^* 在 $\omega = 90^\circ$ 時為 0， $\omega \approx 45^\circ$ 附近出現最大值，爾後呈定值。前後移 (surge) η^* 在 $\omega = 90^\circ$ 時為最大，其值隨波長的變短而變小。水平轉 (yaw) ω_3^* 的最大值出現在 $\omega = 45^\circ$ 附近，其值受波長影響不大，其與船體在開闊海域運動時的不同處為 $\omega = 0^\circ$ 時，其值不為 0。

當船體重心在 $(0, 2h)$ 處， ξ^* 及 ζ^* 的最大值有顯著的增大，同時最大值出現的入射角有

向小入射角方向移動的趨勢。其他的運動與入射角度的關係，與船體重心在 $(0, 0)$ 處者大致相同。

當船體重心在 $(0, 4h)$ 處， ξ^* 及 ζ^* 的最大值比船體重心在 $(0, 2h)$ 處為大，同時最大值出現的入射角有更向小入射角方向移動的趨勢。 ω_1^* 、 ω_3^* 及 η^* 在 $\omega \doteq 0^\circ \sim 15^\circ$ 間有極小值出現，尤其當 $\sigma^2 h / g = 0.75$ 時，有 0 值出現。

由此可看出當入射波的角度很小，即波向線快平行於防波堤，且船體遠離防波堤時，船體的運動會逐漸與在開闊海域時相同。但當波浪的入射角大於某種程度而有短峯波產生時，其波節及波腹的位置隨入射波的角度及週期而異，由於本計算例的防波堤假定為無限長的直線防波堤，因此船體的運動隨其位置而有週期的變化，但實際的港口，短峯波發生的區域有限，針對特定的波浪條件，只要作多次比較就可知道船體在那個位置時，船體的運動最嚴重。

四、結 論

本文提供了利用邊界元素法，數值分析船舶在港口或結構物附近受規則波作用時引起的運動。由於作者無法覓得相關文獻作比較，曾進行實驗以便加以驗證，但因平面水槽為 24 公尺 \times 30 公尺的尺寸，無法獲得安定的重複波或短峯波的條件，以取得良好的船體運動數據，因此計劃在 45 公尺 \times 50 公尺的新平面水槽完成後，再次進行實驗加以驗證。

五、參考文獻

1. 周宗仁：“邊界元素法在波浪力學之應用”，國立臺灣海洋大學河海工程學系，中華民國 72 年 1 月。
2. 周宗仁、林焯圭：“任意反射率防波堤或岸壁的港池水面振動數值分析”，第十一屆海洋工程研討會，中華民國 78 年 11 月。
3. 井島武士、吉田明德、湯村やす：“有限水深域の波による楕円および矩形浮體の運動と波の變形”，日本土木學會論文報告集，第 244 號，1975 年，12 月。

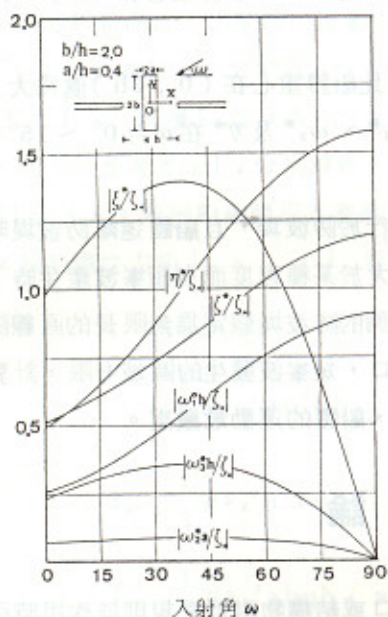


圖 4 $\sigma^2 h/g=0.25, kh=0.522$, 箱形船
重心 $\bar{x}_0=0, \bar{y}_0=0$ 之運動振幅

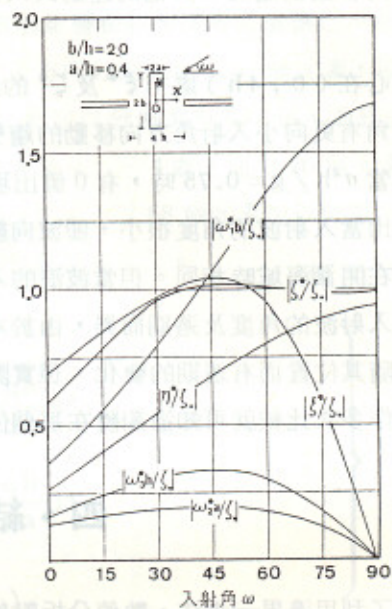


圖 5 $\sigma^2 h/g=0.5, kh=0.772$, 箱形船
重心 $\bar{x}_0=0, \bar{y}_0=0$ 之運動振幅

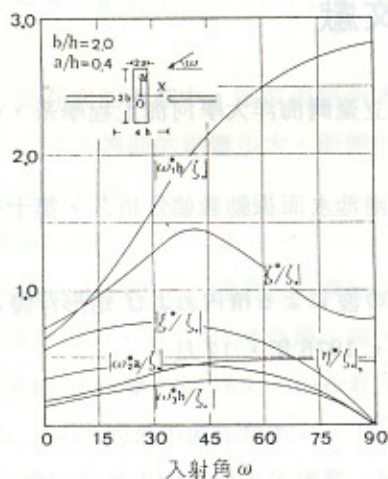


圖 6 $\sigma^2 h/g=0.75, kh=0.99$, 箱形船
重心 $\bar{x}_0=0, \bar{y}_0=0$ 之運動振幅

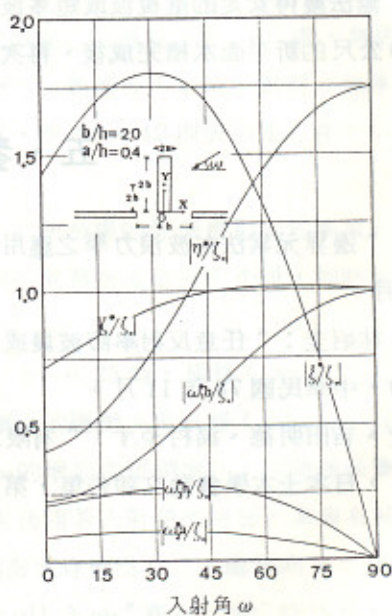


圖 7 $\sigma^2 h/g=0.25, kh=0.522$, 箱形船
重心 $\bar{x}_0=0, \bar{y}_0=2h$ 之運動振幅

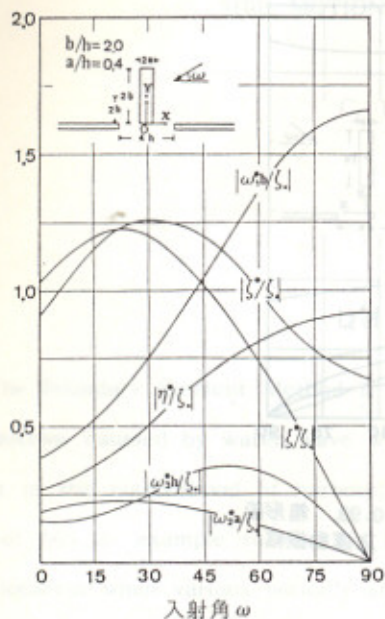


圖8 $\sigma^2 h/g=0.5, kh=0.772$, 箱形船
重心 $\bar{x}_0=0, \bar{y}_0=2h$ 之運動振幅

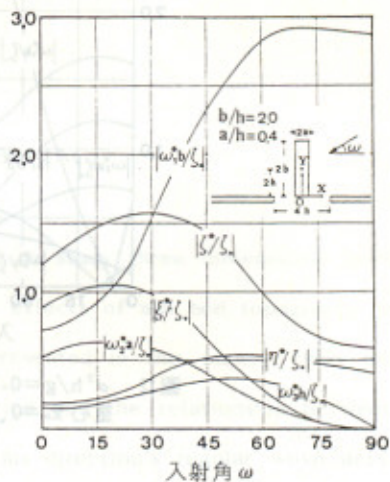


圖9 $\sigma^2 h/g=0.75, kh=0.99$, 箱形船
重心 $\bar{x}_0=0, \bar{y}_0=2h$ 之運動振幅

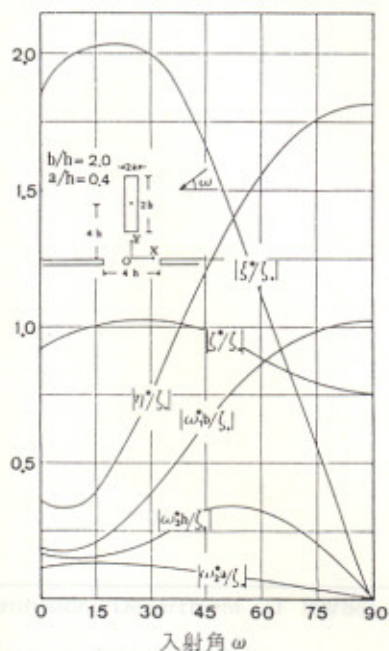


圖10 $\sigma^2 h/g=0.25, kh=0.522$, 箱形船
重心 $\bar{x}_0=0, \bar{y}_0=4h$ 之運動振幅

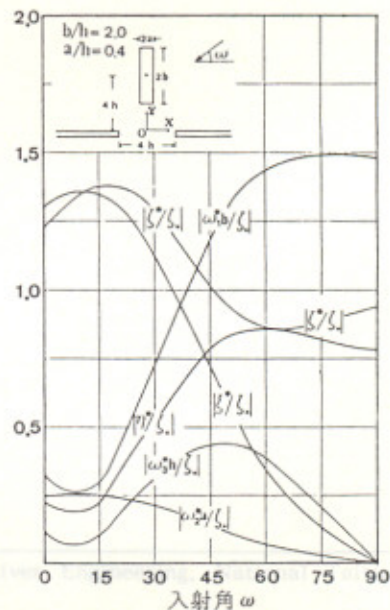


圖11 $\sigma^2 h/g=0.5, kh=0.772$, 箱形船
重心 $\bar{x}_0=0, \bar{y}_0=4h$ 之運動振幅

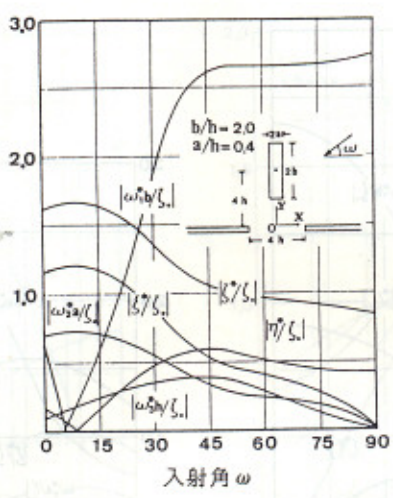


圖12 $\sigma^2 h/g=0.75, kh=0.99$, 箱形船
重心 $\bar{x}_0=0, \bar{y}_0=4h$ 之運動振幅

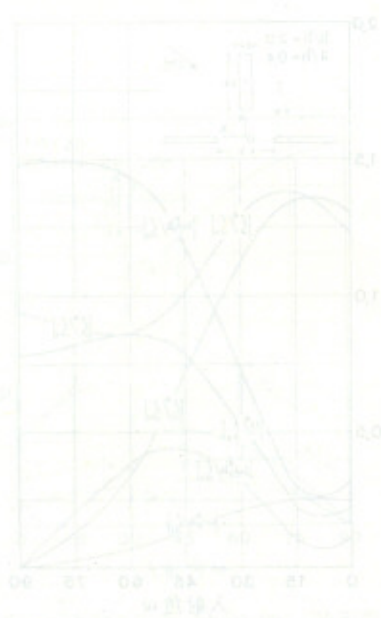


圖11 $\sigma^2 h/g=0.75, kh=0.775$, 箱形船
重心 $\bar{x}_0=0, \bar{y}_0=4h$ 之運動振幅



圖10 $\sigma^2 h/g=0.75, kh=0.525$, 箱形船
重心 $\bar{x}_0=0, \bar{y}_0=4h$ 之運動振幅

SHIP MOTIONS AROUND HARBOUR ENTRANCE

C. R. Chor* W. K. Weng**

ABSTRACT

The Boundary Element Method is applied to study three dimensional boundary value problem. Ship motions caused by water wave with the effects of sea bed topography and breakwater, when it sails in the neighborhood of harbour, are presented in this paper. Then, we take a ship in the shape of box as example to describe its motion and the relationship between ship's motions and ship's location when various period's and various direction's regular wave acts on ship body which near to the neighborhood of harbour with straight breakwater.

* Professor, Department of Harbor and River Engineering, National Taiwan Ocean University, Keelung, Taiwan, R.O.C.

** Instructor, Department of Harbor and River Engineering, National Taiwan Ocean University, Keelung, Taiwan, R.O.C.