

複雜海底地形上結構物之波力分析

周宗仁^{*}
岳景雲^{**}

摘 要

本文係說明應用 3 次元 Green 公式解析在任意水深之海域中，持有任意斷面形狀之不透水結構物存在時，當一定週頻率之微小振幅正弦波入射時所引起波之變形問題及作用於結構物之流體壓力等之方法及其計算結果。

本文除作理論數值計算外，並利用平面造波水槽對結構物附近之波高分佈進行驗證試驗，發現理論值與試驗值非常吻合。

一、前言

一般研究海中結構物所受波力分析，多採用 Morison 於 1950 年所發表的公式，但此公式只適用於鉛直斷面且結構物直徑小於 $1/20$ 波長，對於任意斷面，不等水深情況則無法適用。作者之一⁽¹⁾⁽²⁾曾應用 2 次元 Green 公式解析任意水深域內各種結構物存在之 2 次元波浪邊界值問題，本文將應用 3 次元 Green 公式解析在任意水深之海域中，持有任意斷面形狀之不透水結構物存在時，當一定週頻率之微小振幅正弦波入射時所引起波之變形問題及作用於結構物之流體壓力等之方法及其計算結果。

利用本解析法除考慮波之繞射及折射問題，並能將海底之反射影響計算在內，同時考慮水面及底面間之相互作用。

本文首先說明理論解析方法，然後舉實例計算之，並進行模型試驗以驗證之。

二、理論解析

2.1 基本假設及邊界條件

如圖 1 所示，在靜水面上取座標原點 O，水平面內取 x, y 軸， z 軸為垂直向上。現將流體領域分為二部份，領域(I)之水深 h 為一定，領域(II)為任意水深，當一定週頻率 σ ($= 2\pi/T$; T 為波之週期

* 工學博士，國立台灣海洋學院河海工程學系副教授。

** 國立台灣海洋學院河海工程學系研究生兼助教。

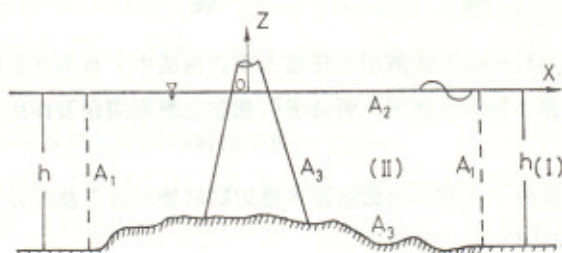
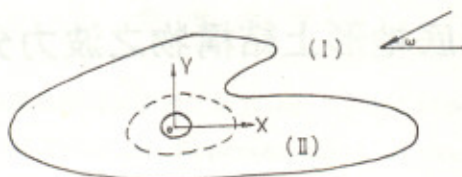


圖1 定義圖

之正弦波入射時，若假定各流體領域之流體運動均為非壓縮性非粘性理想流體之微小振幅波運動，則兩領域之流體運動均持有速度勢 $\Phi(x, y, z; t) = ga/\sigma \cdot \phi(x, y, z) \exp(-i\sigma t)$ ， a 為入射波之振幅，同時 $\phi(x, y, z)$ 滿足下列 Laplace 方程式之函數。

$$\nabla^2 \phi(x, y, z) = 0 \quad (2.1.1)$$

在自由表面上，由於大氣壓力一定及運動學條件得

$$\partial \phi / \partial (z/h_0) = \sigma^2 h_0 / g \phi \quad z = 0 \quad (2.1.2)$$

h_0 ：表示某一特定值，本文取與定水深 h 相等。

在不透水海底及結構物表面，由於流體之法線方向流速為零，故得

$$\partial \phi / \partial (\nu/h_0) = 0 \quad (2.1.3)$$

ν ：表示向外法線方向。

2.2 3次元 Green 公式

由一閉曲面 A 所圍成之 3 次元空間領域內任意點 (x, y, z) 滿足 Laplace 方程式之速度勢函數

$\phi(x, y, z)$, 若其 2 次導函數存在時, 依 Green 定理 $\phi(x, y, z)$ 可由邊界面上之速度勢函數值 $\phi(\xi, \eta, \zeta)$ 及其向外法線方向之微分値 $\partial\phi(\xi, \eta, \zeta)/\partial(\nu/h_0)$, 以下列積分方程式表示。

$$\phi(x, y, z) = -\frac{1}{2} \int_A [\phi(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial}{\partial(\nu/h_0)} \left(\frac{1}{2\pi} \frac{1}{r/h_0} \right) - \left(\frac{1}{2\pi} \frac{1}{r/h_0} \right) \partial/\partial(\nu/h_0) \phi(\xi, \eta, \zeta)] dA/h_0^2 \quad (2.2.1)$$

但

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}$$

當任意點 (x, y, z) 接近邊界面 A 上之某一特定點 (ξ', η', ζ') 時, 若考慮其極限, 則由於 $1/r$ 之特異性得到下列積分方程式。

$$\phi(\xi', \eta', \zeta') = - \int_A [\phi(\xi, \eta, \zeta) \partial/\partial(\nu/h_0) \left(\frac{1}{2\pi} \frac{1}{R/h_0} \right) - \left(\frac{1}{2\pi} \frac{1}{R/h_0} \right) \partial/\partial(\nu/h_0) \phi(\xi, \eta, \zeta)] dA/h_0^2 \quad (2.2.2)$$

但

$$R = \sqrt{(\xi-\xi')^2 + (\eta-\eta')^2 + (\zeta-\zeta')^2}$$

2.3 等水深領域速度勢之解析

設領域(I)之水深 h 一定, 且假設其流體運動不受領域(II)所引起散亂波 (Scattering wave) 之影響, 故其速度勢 $\phi_1(x, y, z)$ 可以下式表示。

$$\phi_1(x, y, z) = [f_0(x, y) + f_1(x, y)] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (2.3.1)$$

但 k 為下列方程式之根

$$kh \tanh kh = \sigma^2 h/g$$

又 $f_0(x, y)$ 及 $f_1(x, y)$ 分別表示入射波及反射波之速度勢, 若入射波之水面波形 $\zeta_1(x, y, t)$ 以下式表示:

$$\zeta_1(x, y, t) = a \cos [k(x \cos \omega + y \sin \omega) + \sigma t] \quad (2.3.2)$$

ω : 為入射波與 x 軸所夾之角度。

$$\text{則 } f_0(x, y) = -i \exp[-i k(x \cos \omega + y \sin \omega)] \quad (2.3.3)$$

根據文獻⁽³⁾在解析外海領域邊界上之 $f_1(\xi, \eta)$ 可以下式表示。

$$f_1(\xi', \eta') = \int f_1(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial(\nu/h_0)} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{1j}) \right) - \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{1j}) \right) \frac{\partial}{\partial(\nu/h_0)} f_1(\xi, \eta) \Big] \frac{ds}{h_0} \quad (2.3.4)$$

上式又可以下列矩陣形式表示。

$$\{F_1\} = \{H\} \{\bar{F}_1\} \quad (2.3.5)$$

但

$$\{H\} = \{\bar{B} - I\}^{-1} \{B\} \quad (2.3.6)$$

$\{B\}$ 及 $\{\bar{B}\}$ 如文獻⁽³⁾之(2.2.8)及(2.2.9)式

I : 單位矩陣

2.4 任意水深領域速度勢之解析

任意水深領域(II)內任一點之速度勢 $\phi_{II}(x, y, z)$ 可以(2.2.1)式表示, 又邊界面上之速度勢 $\phi_{II}(\xi, \eta, \zeta)$ 可以(2.2.2)式表示。

依據文獻⁽³⁾, (2.2.2)式可以下列矩陣形式表示。

$$\{\phi_{II}\} = \{G\} \{\bar{\phi}_{II}\} \quad (2.4.1)$$

但

$$\{G\} = \{\bar{A} + I\}^{-1} \{A\} \quad (2.4.2)$$

$\{A\}$ 及 $\{\bar{A}\}$ 如文獻⁽³⁾之(2.1.6)及(2.1.7)式

在領域(I)及(II)之相接邊界面上, 由於流體運動所引起之質量及能量流束連續條件得下列關係式。

$$\phi_{II}(\xi, \eta, \zeta) = \phi_I(\xi, \eta, \zeta) = [f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)] \frac{\cosh k(\zeta+h)}{\cosh kh} \quad (2.4.3)$$

$$\bar{\phi}_{II}(\xi, \eta, \zeta) = - [f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)] \frac{\cosh k(\zeta+h)}{\cosh kh} \quad (2.4.4)$$

現將領域(II)分割成與領域(I)相接之假想邊界面 A_1 ，靜水面 A_2 ，海底及結構物表面 A_3 ，等 3 部份，則可將 (2.4.1) 式改寫成下列形式：

$$\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\phi}_1 \\ \bar{\phi}_2 \\ \bar{\phi}_3 \end{Bmatrix} \quad (2.4.5)$$

$\{\phi_1\}$ 及 $\{\bar{\phi}_1\}$ ， $\{\phi_2\}$ 及 $\{\bar{\phi}_2\}$ ， $\{\phi_3\}$ 及 $\{\bar{\phi}_3\}$ ，分別表示假想邊界面，靜水面，海底及結構物表面之速度勢及其法線方向速度勢矩陣。

由於 (2.1.2) (2.1.3) 式之條件，可將上式改寫成

$$\{\phi_1\} = \{G_{11}\}\{\bar{\phi}_1\} + \Gamma \{G_{12}\}\{\phi_2\} \quad (2.4.6)$$

$$\{\phi_2\} = \{G_{21}\}\{\bar{\phi}_1\} + \Gamma \{G_{22}\}\{\phi_2\} \quad (2.4.7)$$

但

$$\Gamma = \sigma^2 h_0 / g \quad (2.4.8)$$

整理 (2.4.7) 式得

$$\{\phi_2\} = -\{S^*\}\{\bar{\phi}_1\} \quad (2.4.9)$$

但

$$\{S^*\} = [\Gamma \{G_{22}\} - I]^{-1} \{G_{21}\} \quad (2.4.10)$$

將 (2.4.9) 式代入 (2.4.6) 式得

$$\{\phi_1\} = \{T^*\}\{\bar{\phi}_1\} \quad (2.4.11)$$

但

$$\{T^*\} = [\{G_{11}\} - \Gamma \{G_{12}\}\{S^*\}] \quad (2.4.12)$$

將 (2.3.4)、(2.4.11) 式代入 (2.4.3)、(2.4.4) 式中可得

$$\{\bar{F}_1\} = [\{H\} - \{T^*\}]^{-1} [\{T^*\}\{\bar{F}_0\} - \{F_0\}] \quad (2.4.13)$$

故由上式可求出領域(II)與領域(I)相接邊界面上之 $\partial f(\xi, \eta) / \partial \nu$ 值。再由 (2.4.4) 式可求出領域(II)假想邊界面上速度勢之法線方向導函數值。

由(2.4.9)式可求出領域Ⅱ靜水面上之速度勢 ϕ_2 值，故領域Ⅱ靜水面上任一點之波高與深海波入射波高之比值 K_0 可以下式求之。

$$K_0 = |\phi_2| \quad (2.4.14)$$

海底及結構物表面之速度勢 ϕ_3 可由(2.4.5)式求得

$$\{\phi_3\} = \{G_{31}\}\{\bar{\phi}_1\} + \Gamma\{G_{32}\}\{\phi_2\} \quad (2.4.15)$$

若欲求得作用於結構物上任一點之流體壓力可以下式表示。

$$\frac{P}{\rho g a} = i \phi(x, y, z) e^{-i\omega t} \quad (2.4.16)$$

其在 X, Y ，正方向之總水平力 F_x 及 F_y 如下：

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_x}{\rho g a h_0^2} &= -\Sigma i e^{-i\omega t} \phi(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial x}{\partial v} \frac{dA}{h_0^2} \\ \frac{F_y}{\rho g a h_0^2} &= -\Sigma i e^{-i\omega t} \phi(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial y}{\partial v} \frac{dA}{h_0^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.17)$$

z 方向揚壓力以 F_z 表示

$$\frac{F_z}{\rho g a h_0^2} = -\Sigma i e^{-i\omega t} \phi(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial z}{\partial v} \frac{dA}{h_0^2} \quad (2.4.18)$$

三、計算例

本研究首先以如圖2所示之礁石海域作為計算例，理論數值計算波浪受海底地形影響後之波高變化情形，此時將海域內之礁石區予以編號。然後在第1礁石區上若有如圖3之結構物存在時亦計算礁石區之波高變化情形，同時求出作用於結構物之波壓力。

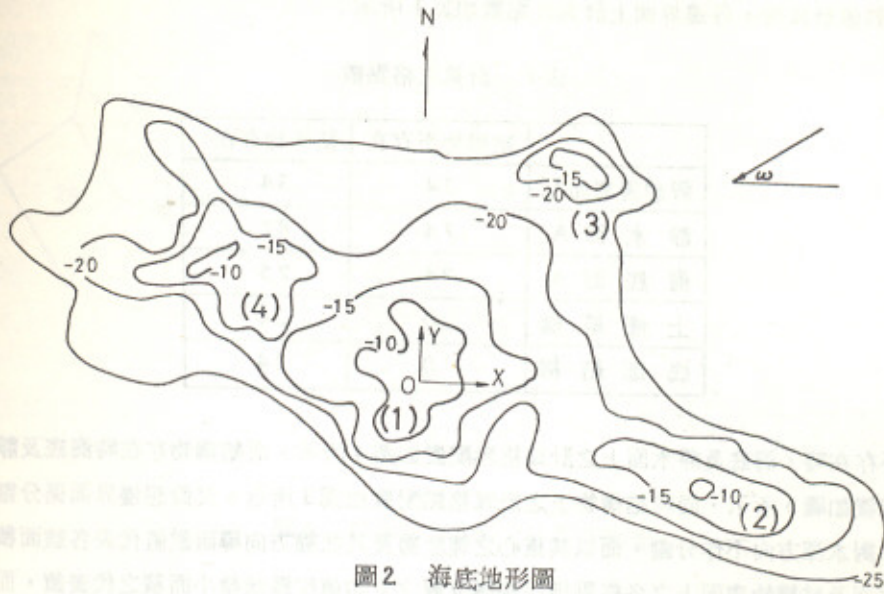
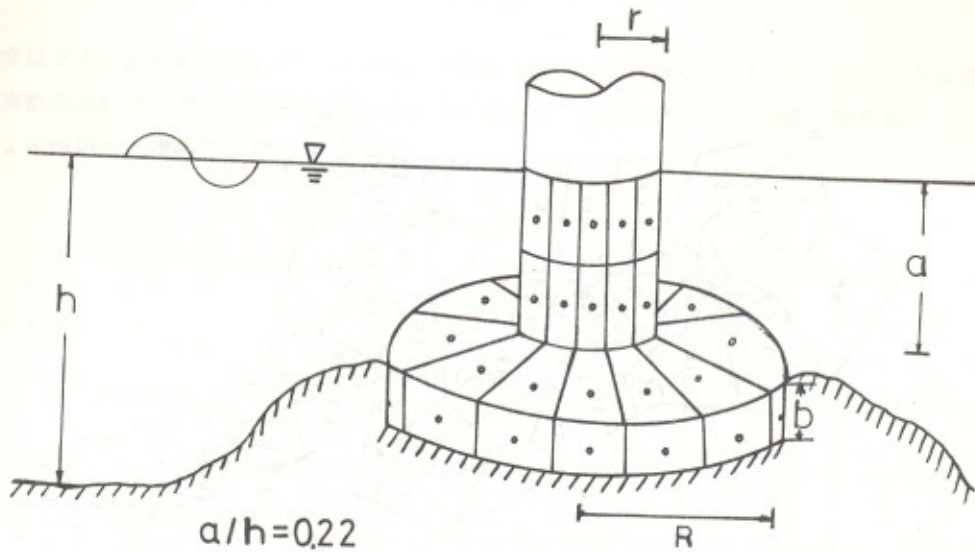


圖2 海底地形圖



$$\begin{aligned} a/h &= 0.22 \\ b/h &= 0.18 \\ r/h &= 0.48 \\ R/h &= 1.4 \end{aligned}$$

圖3 結構物上計算格點圖

在進行數值計算時，各邊界面上計算格點數如表1所示：

表1 計算之格點數

	結構物不存在	結構物存在
假想邊界面A ₁	34	34
靜水面 A ₂	74	87
海底面 A ₃	74	75
上部結構	0	24
底部結構	0	24

又結構物不存在時，海底及靜水面上之計算格點配置如圖4所示，而結構物存在時海底及靜水面上之計算格點配置如圖5所示，同時結構物上之計算格點配置如圖3所示。又假想邊界面係分割成34個微小面積，對水深方向不作分割，而以其重心之速度勢及其法線方向導函數值代表各該面積之值，對海底、靜水面及結構物表面上之各格點則以座標位置之平均值作為該微小面積之代表值，而進行數值計算。



圖4 結構物不存在時之計算格點圖

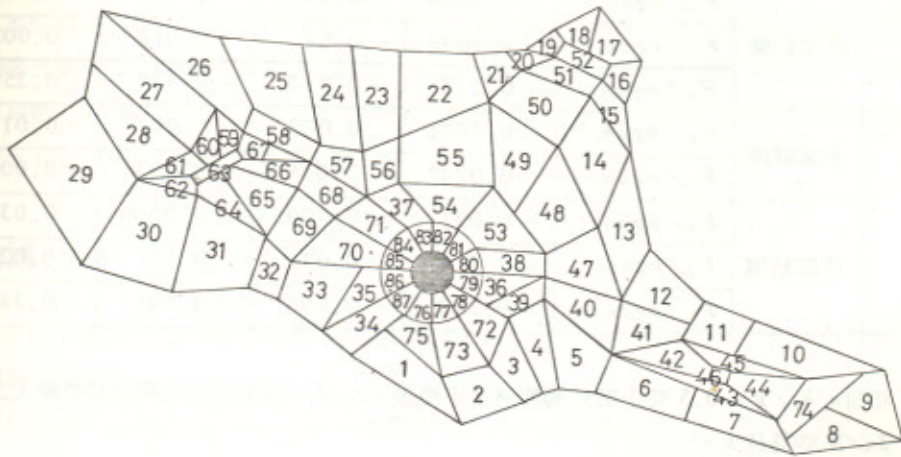


圖 5. 結構物存在時之計算格點圖

本文以 $\sigma^2 h_0/g = 0.5, 0.75, 1$ ，而波浪入射角度 $\omega = 0, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2$ ，之條件下計算當結構物存在時波高變化情形及結構物不存在時波高變化情形。此時以北方為 Y 軸其垂直方向為 X 軸，表 2 為作用於結構物之波壓力。

表 2 作用於結構物之波力

ω $\sigma^2 h_0/g$			0	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/2$
			0.5	上部結構	$F_x/\rho g a h_0^2$	-0.0012
$F_y/\rho g a h_0^2$	0	0			0	0
底部結構	$F_x/\rho g a h_0^2$	-0.015		-0.032	-0.032	-0.015
	$F_y/\rho g a h_0^2$	-0.012		-0.021	-0.027	-0.019
0.75	上部結構	$F_x/\rho g a h_0^2$	-0.577	-0.96	-1.37	-1.01
		$F_y/\rho g a h_0^2$	0.0072	0.022	0.0032	0.0088
			-0.0011	-0.0031	-0.002	0.0004

	底部結構	$F_x / \rho g a h_0^2$	- 0.0038	- 0.0036	- 0.008	0.0064
		$F_y / \rho g a h_0^2$	- 0.0098	- 0.02	- 0.019	0.0075
		$F_z / \rho g a h_0^2$	- 0.214	- 0.734	- 0.339	- 0.258
1.0	上部結構	$F_x / \rho g a h_0^2$	- 0.0076	0.003	0.007	- 0.013
		$F_y / \rho g a h_0^2$	- 0.0047	- 0.018	- 0.023	- 0.0086
	底部結構	$F_x / \rho g a h_0^2$	- 0.021	0.00052	0.0026	- 0.036
		$F_y / \rho g a h_0^2$	- 0.014	- 0.036	- 0.037	- 0.029
		$F_z / \rho g a h_0^2$	- 0.323	- 0.79	- 0.545	- 0.386

由表 2 可知 $\sigma^2 h_0 / g = 0.5$ 時上部結構物幾乎不受波力作用，而其底部結構物却受較大之波力，尤其在 $\omega = 3\pi/8$ 時為最大。

四、模型試驗裝置及方法

本試驗係在國立台灣海洋學院河海工程學系水工模型試驗室 $30 \times 25 \times 1$ 公尺之平面造波水槽中進行，造波裝置為 25 馬力之拍拉式造波機，可利用無段變速機調整波之週期，最大偏心距為 40 公分。

海底地形模型製作係按圖 2 之水深圖，依 1/50 縮尺以水泥沙漿製作，模型大小約為 7 公尺 \times 3.5 公尺，置於水槽中央，距離造波板約 8 公尺，離水槽後壁約 12 公尺處。海中結構物係以 5 分厚之鋼板製成。本文僅對 $\omega = 3\pi/8$ ， $\sigma^2 h_0 / g = 0.5$ 及 0.75 時進行試驗比較之。

本試驗之入射波高取 5 ~ 6 公分，將 6 支容量式波高計每隔 25 公分安裝於電動台車之測桿上，移動台車及至測點位置就海中結構物存在時，測定各點之波高大小，經由增幅器放大後將波形記錄於線性筆式記錄器，在判讀波高時取第 4 ~ 6 波之平均值作為該測點之波高，將該波高值與在造波板前測得之深海波高值相比，即得該點之等波高係數 K_D 值，將相同等波高係數值之點連接即得等波高分佈圖。

五、波高分佈理論與試驗值之比較

圖 6. 8. 10. 12. 14. 16. 表示結構物不存在時之理論等波高分佈圖，圖 7. 9. 11. 13. 15. 17. 表示結構物存在時之理論等波高分佈圖。圖中實線表示等波高曲線 K_D 值，虛線表示等水深線，由圖可知當結構物存在時，不論波向及週期如何，結構物附近之波高比結構物不存在時有變小之趨勢，此係受結構物存在影響所致，但其他地區則受波向及波長之影響而變。例如 $\sigma^2 h_0 / g = 1.0$ ， $\omega = \pi/2$ 時結構物存在時第 3

，4 礁石區之波高變小，但第 2 礁石區之波高則有變大之趨勢。

圖 18.20 分別表示 $\omega = 3\pi/8$ ， $\sigma^2 h_0/g = 0.5$ 及 0.75 時之理論等波高分佈值，圖 19.20 則表示試驗值，由兩者比較可知，在結構物附近，即第 1 及第 3 礁石區試驗值與理論值非常吻合，但在第 2 及第 4 礁石區則略有差異，此係受水槽側壁反射影響所致。又結構物不存在時亦曾進行模型試驗，已發表於文獻⁽⁴⁾，其理論值與試驗值亦非常一致。

六、結論

如上所述，應用本法可簡單地解析各種結構物存在於任意水深海域時所引起之波浪變形問題及作用於結構物之波壓力。

又由理論值與試驗值之比較，可證明本理論解析方法之妥當性。

參考文獻

- (1) 井島武士，周宗仁(1976)：ゲリーンの公式による 2 次元水面波の境界値問題の解析。日本土木學會論文報告集；第 252 號。
- (2) 井島武士，周宗仁，吉田明德(1977)：Green Identity Formula and Its Application to Water Wave Boundary-Value Problems，第二屆海岸工程研討會論文集。
- (3) 周宗仁(1980)“應用有限領域法解析港池水面波動問題” 河海研究第 3 號，國立台灣海洋學院河海工程學系。
- (4) 周宗仁，岳景雲(1980)“複雜海底地形上波浪變化之解析” 國立台灣海洋學院河海工程學系系刊第 13 期。

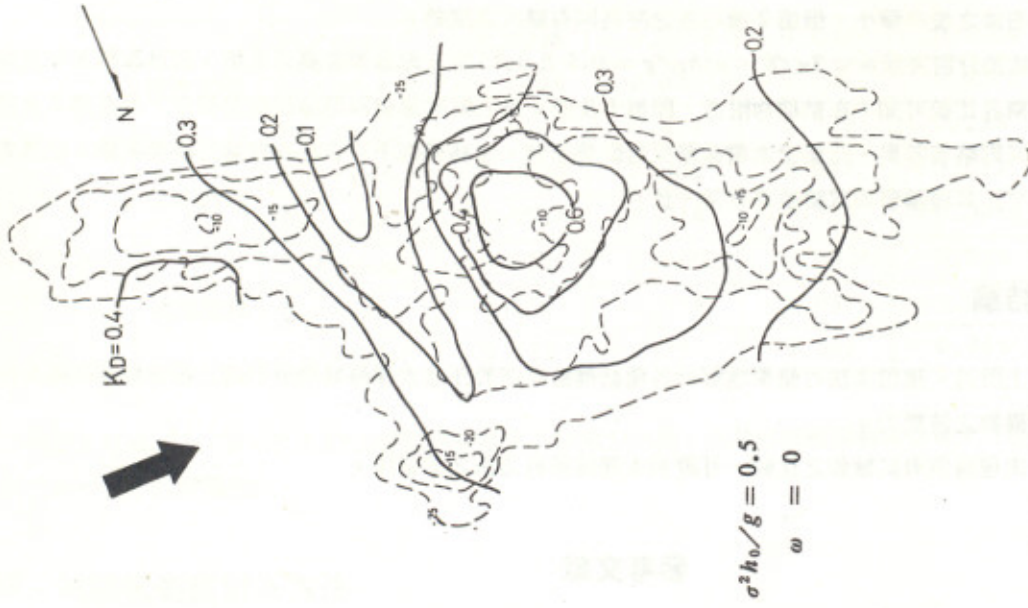


圖 6. 結構物不存在時之理論等波高分佈圖

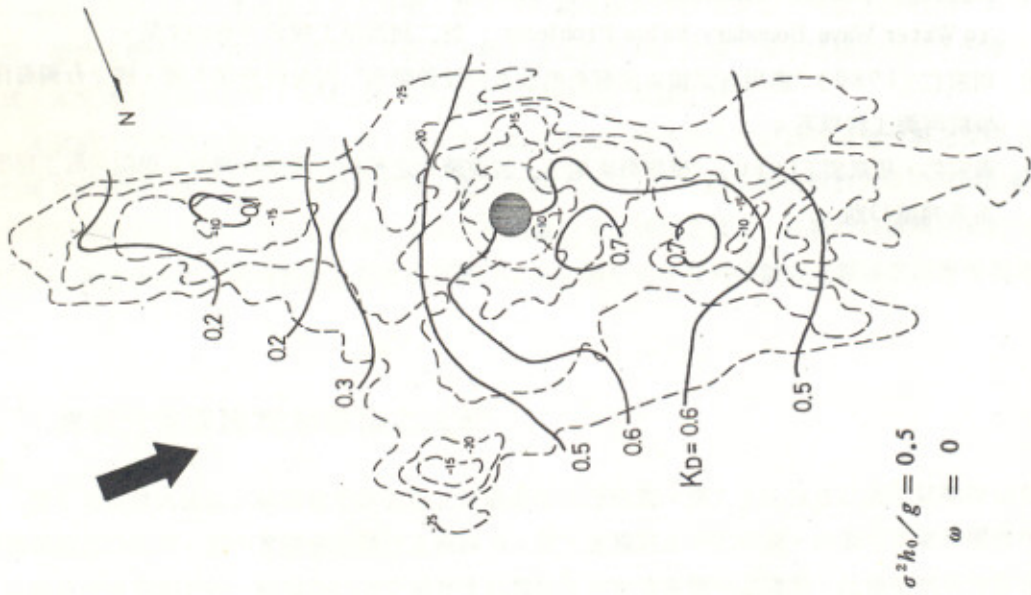


圖 7. 結構物存在時之理論等波高分佈圖

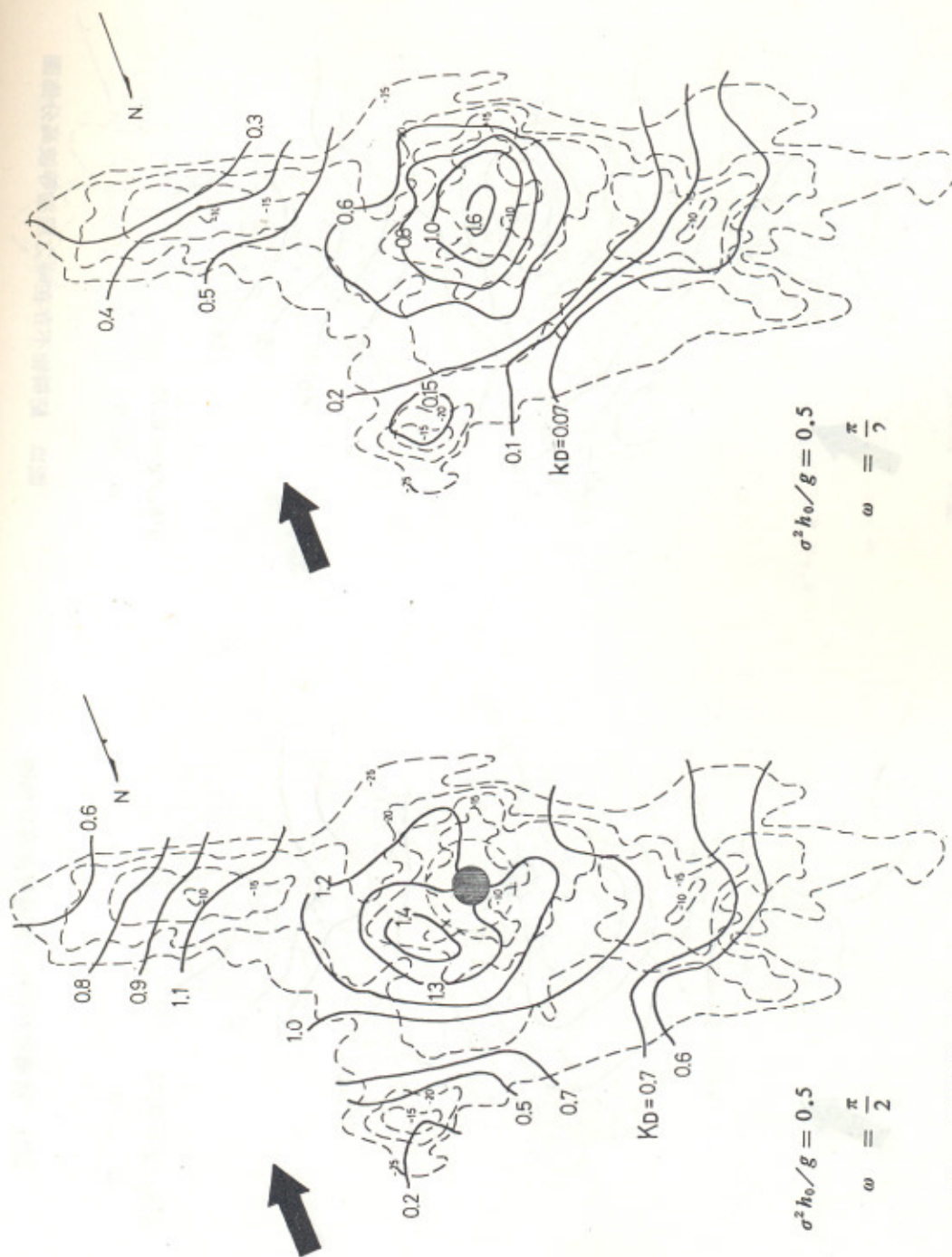


圖 9. 結構物存在時之理論等高波高分布圖

圖 8. 結構物不存在時之理論等高波高分布圖

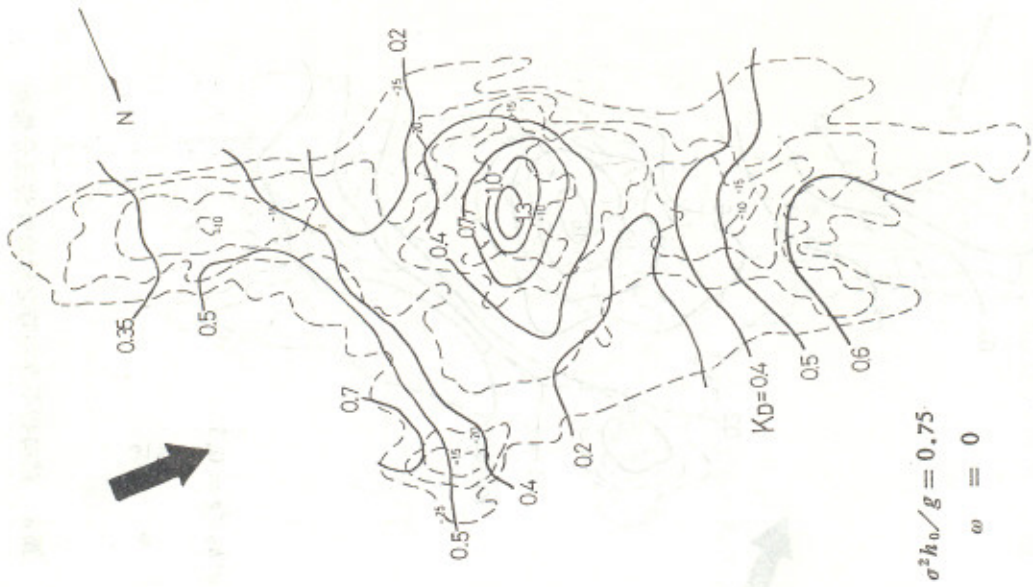


圖10. 結構物不存在時之理論等波高分佈圖

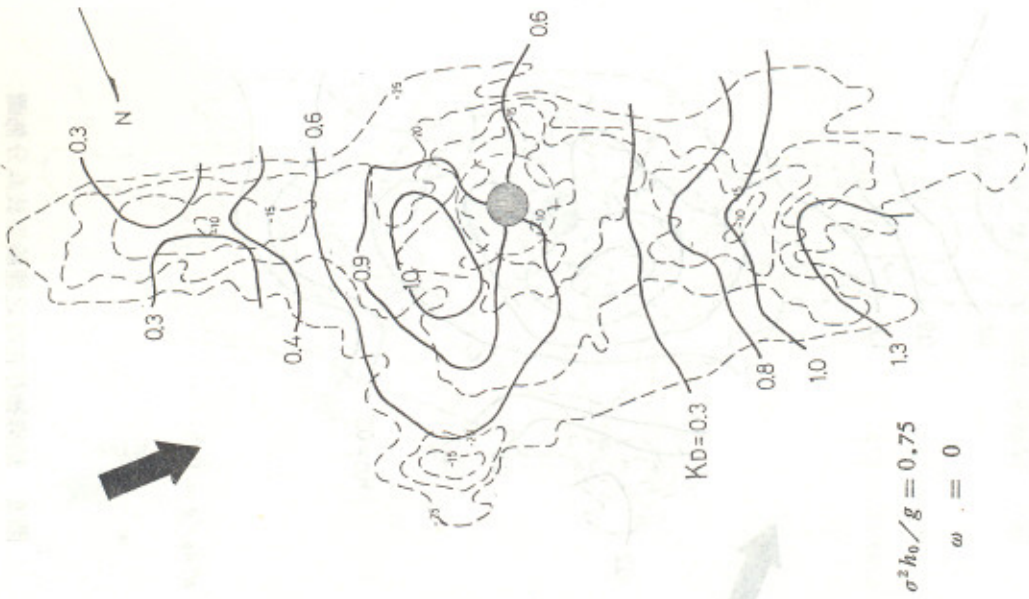


圖11. 結構物存在時之理論等波高分佈圖

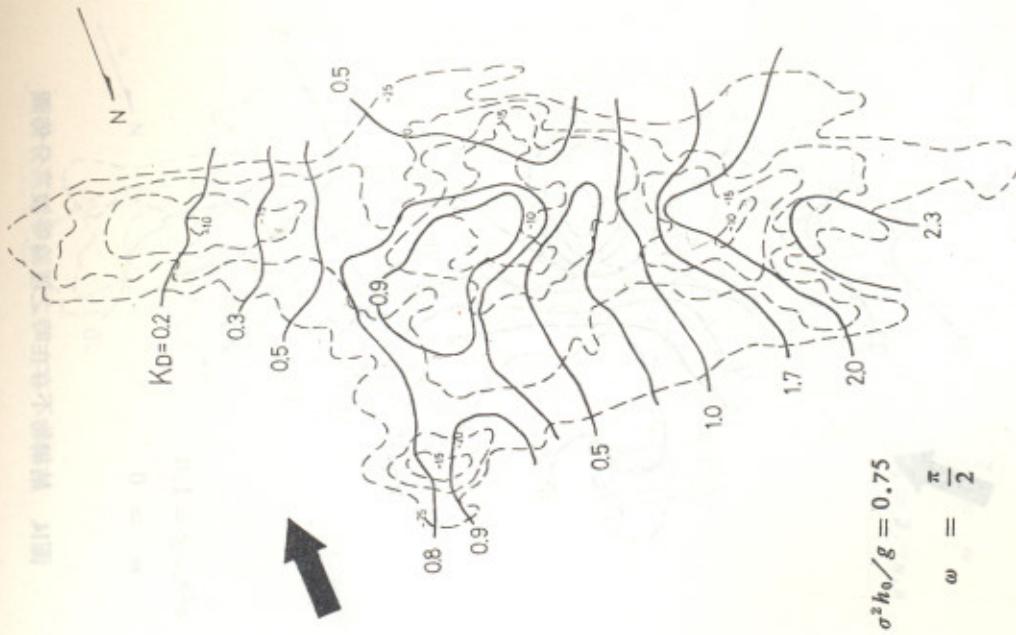


圖12 結構物不存在時之理論等高分布圖

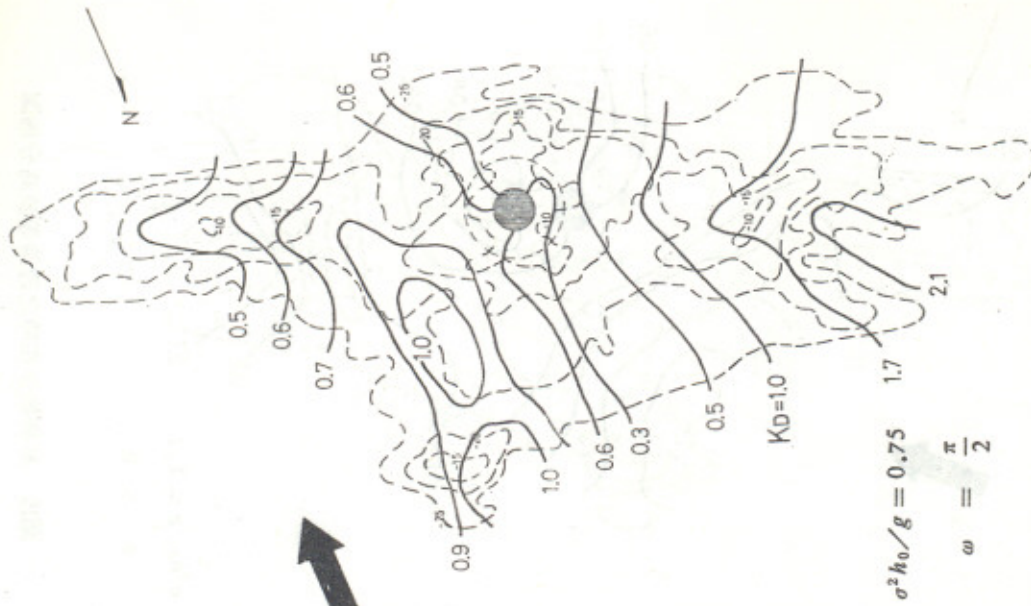


圖13. 結構物存在時之理論等高分布圖

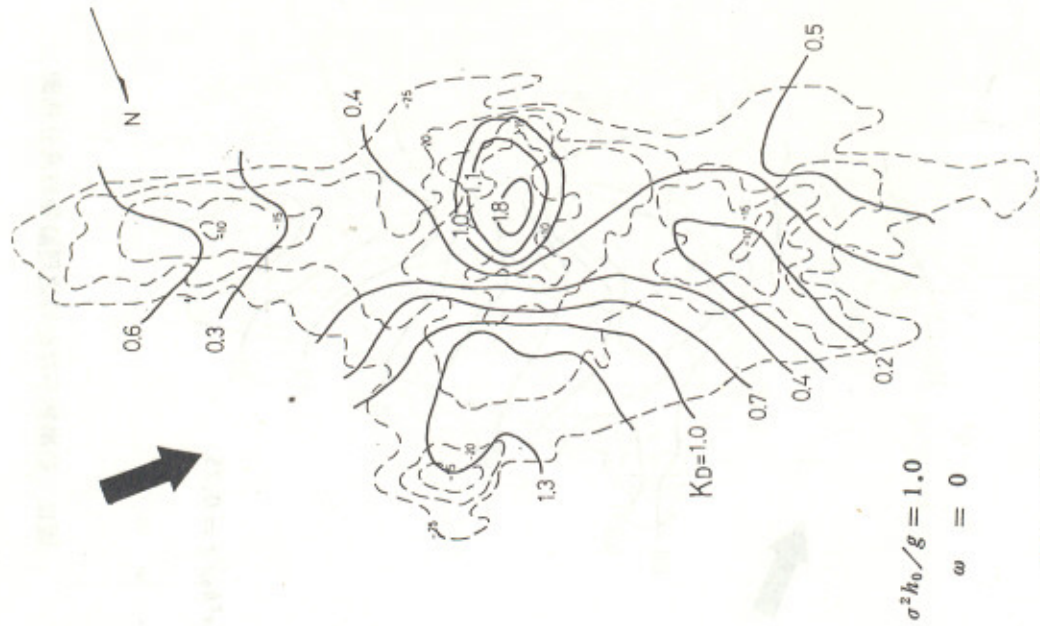


圖14. 結構物不存在時之理論等波高分佈圖

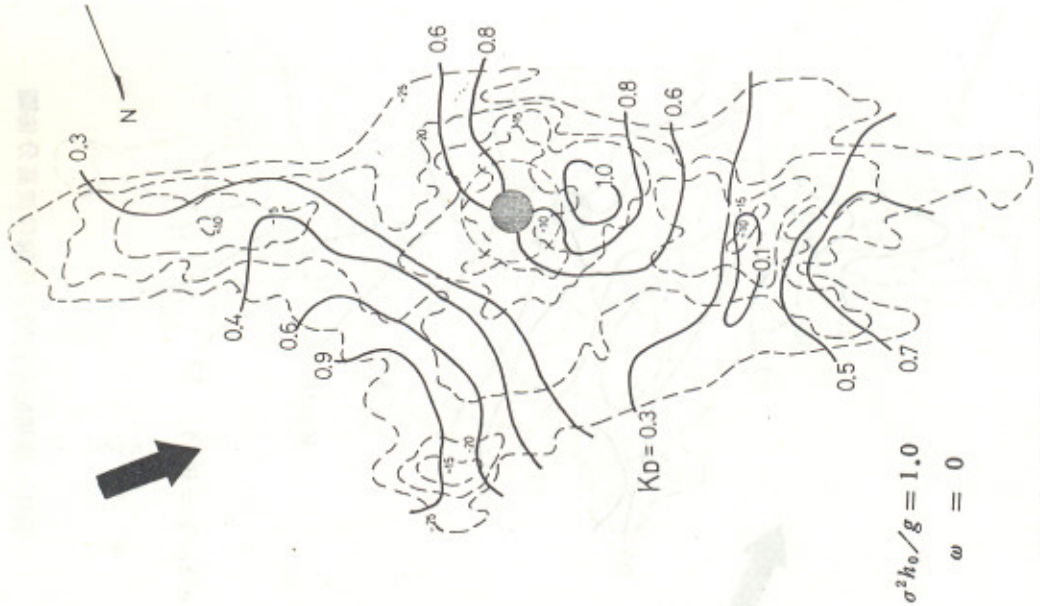


圖15. 結構物存在時之理論等波高分佈圖

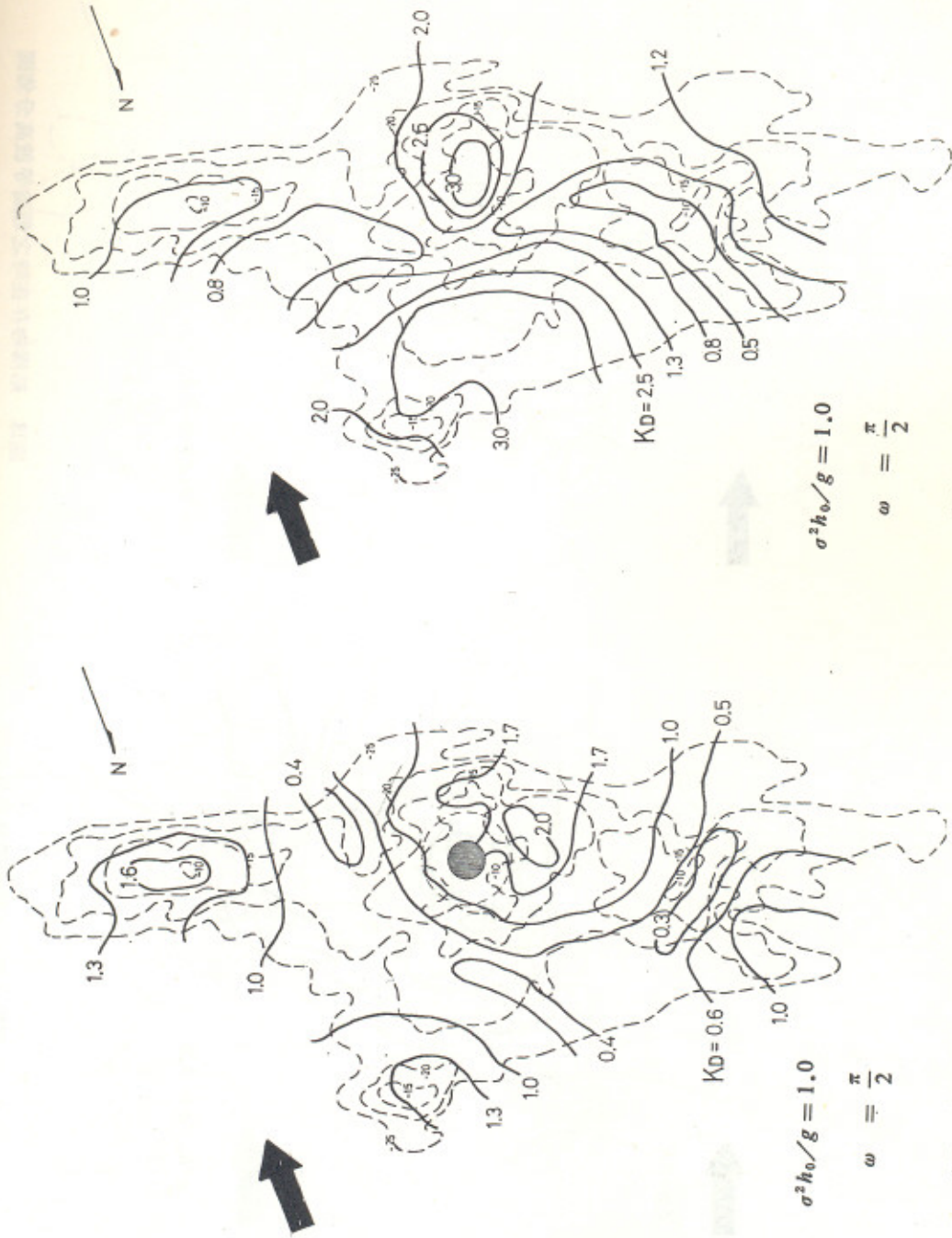


圖16. 結構物不存在時之理論等波高分布圖

圖17. 結構物存在時之理論等波高分布圖

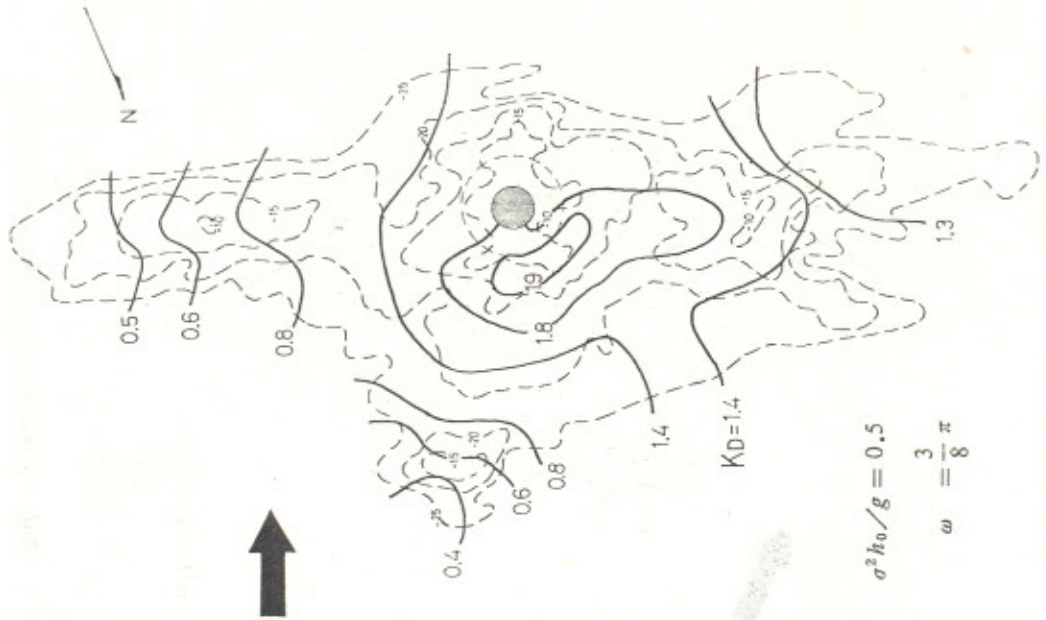


圖18. 結構物存在時之理論等波高分佈圖

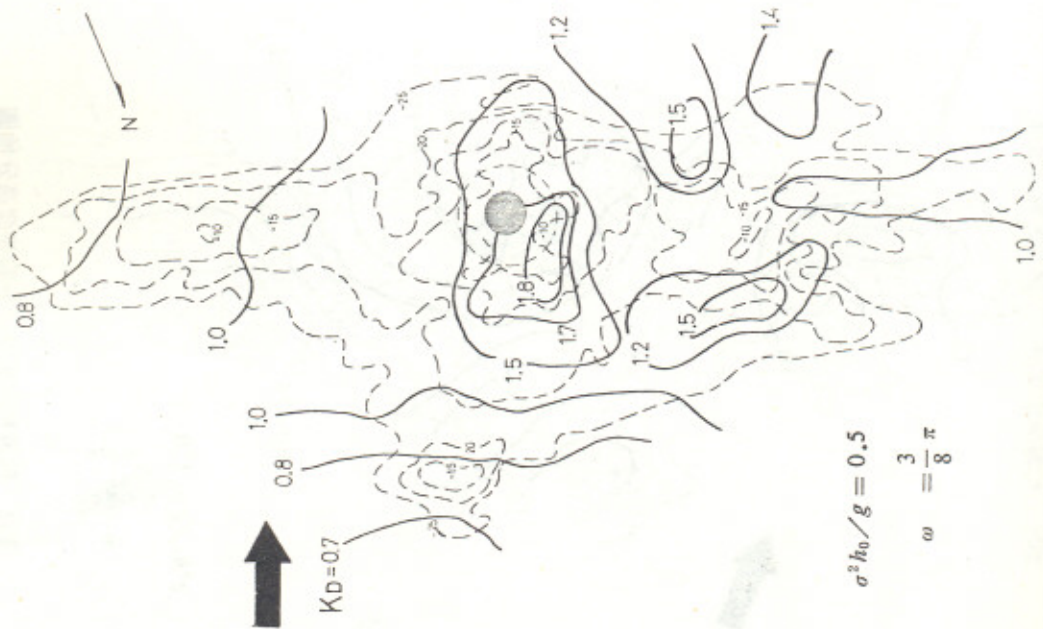


圖19. 結構物存在時之試驗等波高分佈圖

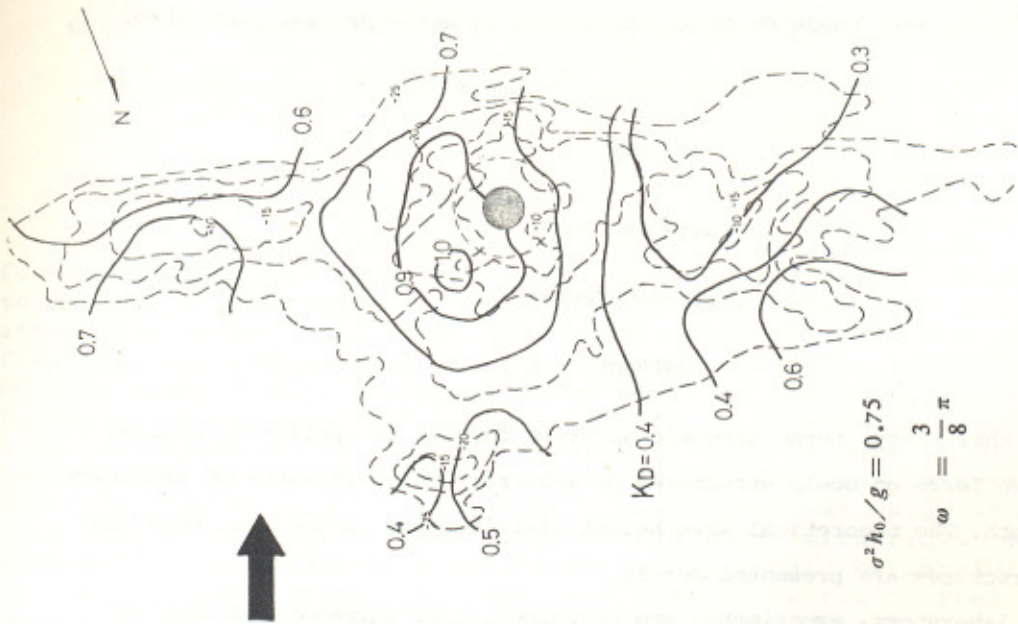


圖20. 結構物存在時之理論等波高分佈圖

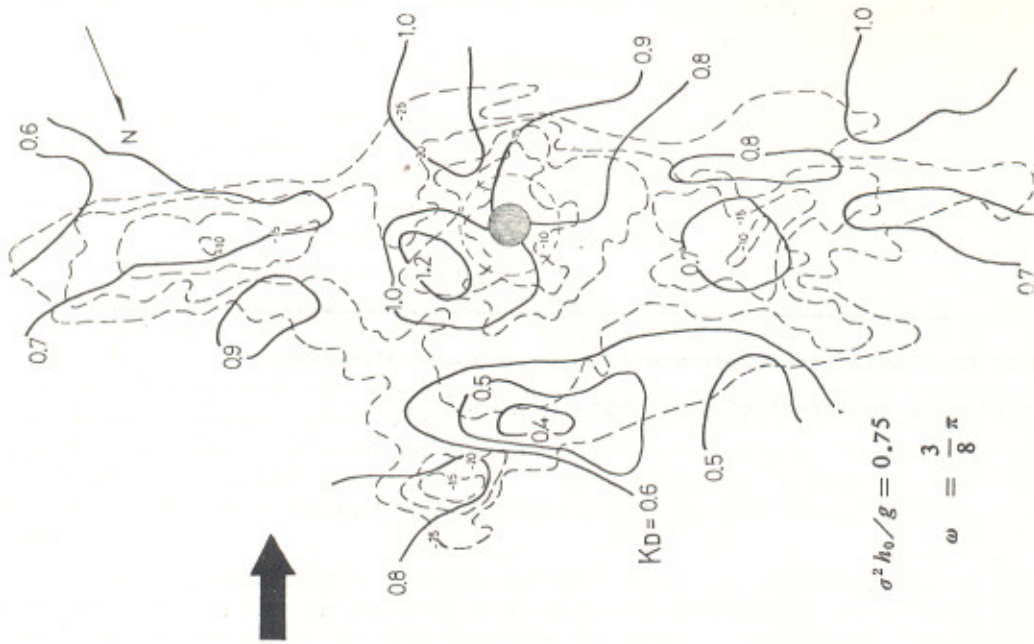


圖21. 結構物存在時之試驗等波高分佈圖

WAVE FORCE ON OCEAN STRUCTURES IN WATER OF ARBITRARY DEPTH

by

Chung-Ren CHOU*

Ching-Yun YUEH**

ABSTRACT

In this study, three dimensional Green formula is applied to analyze wave force on ocean structures of arbitrary shape in water of arbitrary depth. The theoretical wave height distributions in the area near the structures are presented herein.

In laboratory, experiments are performed, good agreement between the theoretical and the experimental results are observed.

*Dr. Eng. Associate Professor of H.R. Dept. of C.M.S.T.

**Teaching Assistant of H.R. Dept. of C.M.S.T.