

波浪作用於直立柱狀體羣之研究

I 不透水潛水式柱狀體

* 周宗仁
** 井島武士
*** 葉榮椿

摘 要

本研究將作一系列之報告說明應用Green函數解析一定水深之海域中，數個持有任意斷面形狀之不透水或透水直立柱狀體被固定在海底或水面附近，或被繫留在水面附近，當一定周頻率之正弦波入射時所引起波之散亂問題及作用於各柱狀體之流體壓力等之方法及其計算結果。

本報告僅討論不透水潛水柱狀體群被固定在海底時之情況，並以二個並列之橢圓柱狀體作為計算例。

一 前 言

本研究將作一系列之報告說明在一定水深之海域，數個任意斷面形狀之不透水或透水直立柱狀體被固定在海底或水面附近，或被繫留在水面附近，當一定周頻率之正弦波入射時所引起之散亂現象及作用於各柱狀體之流體力等之理論解析方法及其計算結果。

作者等曾應用Green函數解析波浪作用於單一任意形狀之不透水或透水潛水或半潛式柱狀體及數個直立島堤所引起波之散亂問題。(1)(2)(3)

本報告亦以同樣方法解析固定於海底之不透水直立潛水式柱狀體群，並以二個橢圓斷面之柱狀體作為計算例，說明作用於各柱狀體之流體壓力，柱狀體群附近之波高分布及柱狀體群所引起反射波之分布(Scattering Cross Section)。

二 理論解析

(1) 假 定

如Fig. 1 所示，在一定水深 h 之海域，有數個(P^* 個)任意斷面形狀之不透水性柱狀體被固定在海底，其頂部為水平且在距離靜水面下 $q_r h$ ($1 \geq q_r > 0$)之水深處，一定周頻率 $\sigma (= 2\pi/T$

* 海洋學院河海工程學系副教授

** 日本國立九州大學工學部教授

*** 海洋學院河海工程研究所研究生

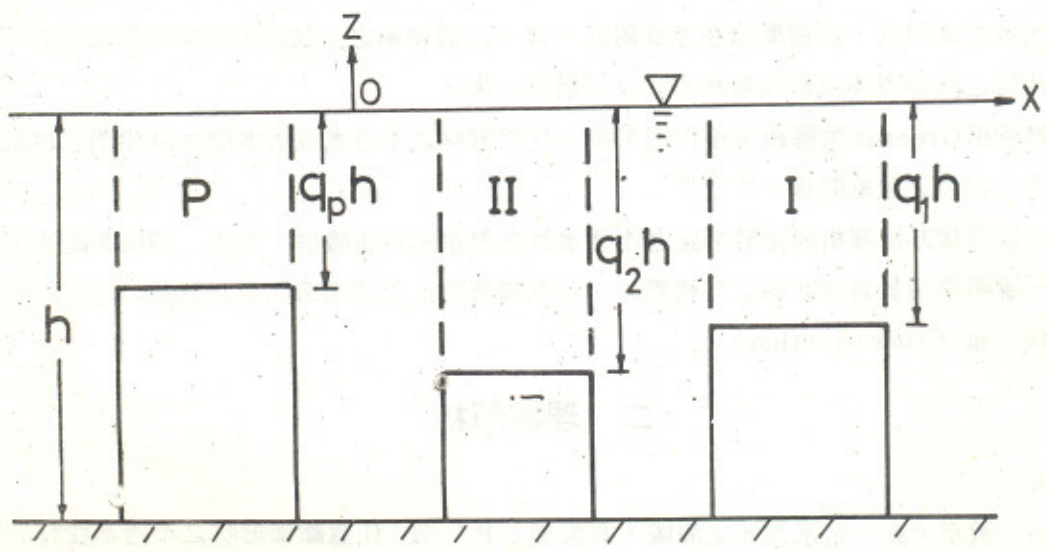
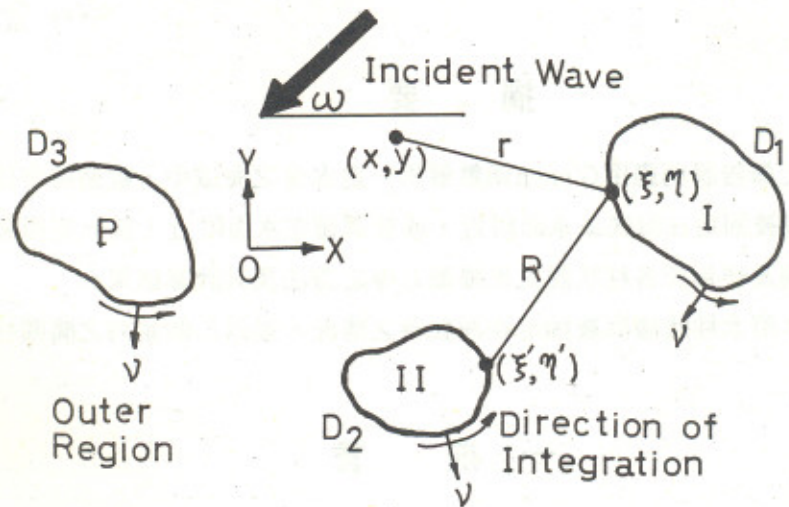


Fig.1 Definition Sketch

， T 為波之周期) 之正弦波入射時，在靜水面上取座標原點 O ，水平面內取 x, y 軸，垂直向上為 z 軸，各柱狀體之斷面形由 xy 平面內之各閉曲線 D_p ($p=1, 2, \dots, p^*$) 表示之，同時依各閉曲線 D_p 將流體領域分為外域及內域 I, II, \dots, P 。

假定各流體領域之流體運動均為非壓縮性理想流體之無渦運動，則各項域均有 $\Phi(x, y, z) \cdot \exp(-i\sigma t)$ 之形式之速度勢存在，同時 $\Phi(x, y, z)$ 滿足下列之 Laplace 方程式。

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2-1)$$

(2) 柱狀體群領域外之解析

(i) 柱狀體群領域外之速度勢 $\Phi_{out}(x, y, z)$ 之表示法

若外域之速度勢以 $\Phi_{out}(x, y, z)$ 表示，流體運動為微小振幅波運動時，其自由表面及不透水海底條件分別為

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi_{out}}{\partial z} &= \sigma^2 \Phi_{out} / g & z &= 0 \\ \frac{\partial \Phi_{out}}{\partial z} &= 0 & z &= -h \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

滿足上列條件之 (2-1) 式之一般解 Φ_{out} ，可以下列方程式表示之。

$$\Phi_{out}(x, y, z) = \frac{g \zeta_0}{\sigma} \left\{ [f_0(x, y) + f_1(x, y)] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right\} \quad (2-3)$$

但 g 表示重力加速度， ζ_0 表示入射波之振幅， k 及 k_n 為下列方程式之根。

$$kh \tanh kh = -k_n h \tan k_n h = \frac{\sigma^2 h}{g} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (2-4)$$

又 $f_0(x, y)$ ， $f_1(x, y)$ 及 $f_2^{(n)}(x, y)$ 分別表示外域之入射波，反射波及停止散亂波。

若假設入射波為與 x 軸成 ω 角度入射之餘弦波，其振幅為 ζ_0 ，則 $f_0(x, y)$ 及其波形 ζ_1 可以下式表示之。

$$f_0(x, y) = -i \exp(-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)) \quad (2-5)$$

$$\zeta_1 = \zeta_0 \cos \{k(x \cos \omega + y \sin \omega) + \sigma t\} \quad (2-6)$$

又依 (2-1) 式 $f_1(x, y)$ ， $f_2^{(n)}(x, y)$ 應分別為滿足下列之 Helmholtz 方程式之未知函數。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} + k^2 f_1 &= 0 \\ \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial y^2} - k_n^2 f_2^{(n)} &= 0 \quad (n=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

(ii) 利用 Green 函數表示 $f_1(x, y)$ ， $f_2^{(n)}(x, y)$ 之方法

如 Fig. 1 所示，外域與各內域之境界線 D_p 上之點以 (ξ, η) ， D_p 以外之點以 (x, y) 表示，則兩點間之距離 $r = \sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2}$ 。若採用具有當 $r \rightarrow 0$ 時持有 $\log r$ 之 order 之特

異性，又當 $r \rightarrow \infty$ 時能滿足 Sommerfeld 之 Radiation Condition 之 Green 函數作為 (2-7) 式之特別解。則對 f_1 應取 $-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kr)$ ，對 $f_2^{(n)}$ 應取 $-\frac{1}{\pi} K_0(k_n r)$ 。從而外域之任意點之 f_1 及 $f_2^{(n)}$ 值可由各境界線上之 $f_1(\xi, \eta)$ ， $f_2^{(n)}(\xi, \eta)$ 值及其法線方向之微分值 $\partial f_1(\xi, \eta)/\partial \nu$ ， $\partial f_2^{(n)}(\xi, \eta)/\partial \nu$ 依下列積分方程式表示之。

$$f_1(x, y) = -\frac{1}{2} \int_{\sum_{p=1}^P D_p} \left[f_1(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kr) \right) - \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kr) \right) \cdot \bar{f}_1(\xi, \eta) \right] ds \quad (2-8)$$

$$f_2^{(n)}(x, y) = -\frac{1}{2} \int_{\sum_{p=1}^P D_p} \left[f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{\pi} K_0(k_n r) \right) - \left(-\frac{1}{\pi} K_0(k_n r) \right) \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) \right] ds \quad (2-9)$$

但 $\bar{f}_1(\xi, \eta) = \partial f_1(\xi, \eta)/\partial \nu$ ， $\bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) = \partial f_2^{(n)}(\xi, \eta)/\partial \nu$

$H_0^{(1)}(kr)$ 為 0 次第一種 Hankel 函數， $K_0(k_n r)$ 為 0 次變形 Bessel 函數，積分為沿各 D_p 依反時針方向之線積分，又 ν 表示對各境界線 D_p 之向外法線。

在 (2-8)、(2-9) 式中若考慮點 (x, y) 接近境界線 D_p 上之某一特定點 (ξ', η') 時之極限，則由於 $H_0^{(1)}(kr)$ 及 $K_0(k_n r)$ 之特異性，可得關係各 D_p 上之 f_1 與 \bar{f}_1 ， $f_2^{(n)}$ 與 $\bar{f}_2^{(n)}$ 之積分方程式如下：

$$f_1(\xi', \eta') = - \int_{\sum_{p=1}^{P^*} D_p} \left[f_1(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR) \right) - \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR) \right) \bar{f}_1(\xi, \eta) \right] ds \quad (2-10)$$

$$f_2^{(n)}(\xi', \eta') = - \int_{\sum_{p=1}^{P^*} D_p} \left[f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{\pi} K_0(k_n R) \right) - \left(-\frac{1}{\pi} K_0(k_n R) \right) \bar{f}_2^{(n)}(\xi, \eta) \right] ds \quad (2-11)$$

但 $R = \sqrt{(\xi' - \xi)^2 + (\eta' - \eta)^2}$

(iii) 積分方程式之差分及矩陣化

對於任意形狀之境界線 D_p ，積分方程式 (2-8) ~ (2-11) 只能以數值解析求解，故將各境界線 D_p 各以 N_p ($p=1, 2, \dots, P^*$) 點將其分割成 N_p 個短線分 ΔS ，同時以 ΔS 之中點座標 (ξ_j, η_j)

($j=1, 2, \dots, N_t$; $N_t = N_1 + N_2 + \dots + N_p$) 之 $f_1, \bar{f}_1, f_2^{(n)}$ 及 $\bar{f}_2^{(n)}$ 值表示各 ΔS 之 $f_1, \bar{f}_1, f_2^{(n)}$ 及 $\bar{f}_2^{(n)}$ 值, 則可將各式差分得下列之和分方程式。

$$f_1(x, y) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_t} [\bar{A}_{xj} f_1(\xi_j, \eta_j) - A_{xj} \bar{f}_1(\xi_j, \eta_j)] \quad (2-12)$$

$$f_2^{(n)}(x, y) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_t} [\bar{C}_{xj}^{(n)} f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j) - C_{xj}^{(n)} \bar{f}_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (2-13)$$

$$f_1(\xi_i, \eta_i) = -\sum_{j=1}^{N_t} [\bar{A}_{ij} f_1(\xi_j, \eta_j) - A_{ij} \bar{f}_1(\xi_j, \eta_j)] \quad (2-14)$$

($i=1, 2, \dots, N_t$)

$$f_2^{(n)}(\xi_i, \eta_i) = -\sum_{j=1}^{N_t} [\bar{C}_{ij}^{(n)} f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j) - C_{ij}^{(n)} \bar{f}_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (2-15)$$

($i=1, 2, \dots, N_t$)

但

$$\left. \begin{aligned} A_{ij} &= \int_{s_j} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij}) \right) ds, & \bar{A}_{ij} &= \int_{s_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij}) \right) ds \\ C_{ij}^{(n)} &= \int_{s_j} \left(-\frac{1}{\pi} K_0(k_n R_{ij}) \right) ds, & \bar{C}_{ij}^{(n)} &= \int_{s_j} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{\pi} K_0(k_n R_{ij}) \right) ds \end{aligned} \right\} \quad (2-16)$$

又將 $A_{ij}, \bar{A}_{ij}, \dots$ 等之 (ξ_i, η_i) 值以 (x, y) 取代之, 即表示 $A_{xj}, \bar{A}_{xj}, \dots$ 各值。

(2-16) 式各項依下列計算式計算, 其詳細演算過程請參照文獻⁽³⁾。

$$\left. \begin{aligned} A_{ij} &= -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij}) \cdot \Delta S_j & i \neq j \\ &= \frac{1}{\pi} \left(\gamma - 1 + \log \frac{k \Delta S_i}{4} - i \frac{\pi}{2} \right) \Delta S_i & i = j \end{aligned} \right\} \quad (2-17)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_{ij} &= \frac{i}{2} k H_1^{(1)}(kR_{ij}) \cdot \left(\frac{\xi_j - \xi_i}{R_{ij}} \Delta \eta_j - \frac{\eta_j - \eta_i}{R_{ij}} \Delta \xi_j \right) & i \neq j \\ &= \frac{1}{2\pi} (\eta_{ss} \xi_s - \xi_{ss} \eta_s)_i \Delta S_i & i = j \end{aligned} \right\} \quad (2-17)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{ij}^{(n)} &= -\frac{1}{\pi} K_0(k_n R_{ij}) \Delta S_j & i \neq j \\ &= \frac{1}{\pi} \left(\gamma - 1 + \log \frac{k_n \Delta S_i}{4} \right) \Delta S_i & i = j \end{aligned} \right\} \quad (2-18)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{C}_{ij}^{(n)} &= \frac{1}{\pi} k_n K_1(k_n R_{ij}) \cdot \left(\frac{\xi_j - \xi_i}{R_{ij}} \Delta \eta_j - \frac{\eta_j - \eta_i}{R_{ij}} \Delta \xi_j \right) & i \neq j \\ &= \frac{1}{2\pi} (\eta_{ss} \xi_s - \xi_{ss} \eta_s)_i \Delta S_i & i = j \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 R_{1j} &= \sqrt{(\xi_j - \xi_1)^2 + (\eta_j - \eta_1)^2} \\
 ds \approx \Delta S_j &= \pm \sqrt{(\Delta \xi_j)^2 + (\Delta \eta_j)^2} \quad (\text{取正值}) \\
 \Delta \xi_j &= \frac{1}{2} (\xi_{j+1} - \xi_{j-1}) \\
 \Delta \eta_j &= \frac{1}{2} (\eta_{j+1} - \eta_{j-1}) \\
 \gamma &= 0.577216 \dots (\text{Euler 常數})
 \end{aligned}
 \tag{2-19}$$

$$\begin{aligned}
 \xi_s &= \frac{\Delta \xi}{\Delta S} = \frac{\xi_{i+1} - \xi_{i-1}}{2 \Delta S_i} \\
 \eta_s &= \frac{\Delta \eta}{\Delta S} = \frac{\eta_{i+1} - \eta_{i-1}}{2 \Delta S_i} \\
 \xi_{ss} &= \frac{6}{\Delta S_{i+1} + \Delta S_i + \Delta S_{i-1}} \left[\frac{\xi_{i+1} - \xi_i}{\Delta S_{i+1} + \Delta S_i} - \frac{\xi_i - \xi_{i-1}}{\Delta S_i + \Delta S_{i-1}} \right] \\
 \eta_{ss} &= \frac{6}{\Delta S_{i+1} + \Delta S_i + \Delta S_{i-1}} \left[\frac{\eta_{i+1} - \eta_i}{\Delta S_{i+1} + \Delta S_i} - \frac{\eta_i - \eta_{i-1}}{\Delta S_i + \Delta S_{i-1}} \right]
 \end{aligned}
 \tag{2-21}$$

又依 (2-5) 式， f_0 及 \bar{f}_0 可由下式計算之。

$$\begin{aligned}
 f_0(\xi_j, \eta_j) &= -i \exp(-ik(\xi_j \cos \omega + \eta_j \sin \omega)) \\
 \bar{f}_0(\xi_j, \eta_j) &= \partial f_0(\xi_j, \eta_j) / \partial \nu \\
 &= \frac{\Delta \xi_j \sin \omega - \Delta \eta_j \cos \omega}{\Delta S_j} \cdot \exp\{-ik(\xi_j \cos \omega + \eta_j \sin \omega)\}
 \end{aligned}
 \tag{2-21}$$

將 (2-14)，(2-15) 式作下列之矩陣化，可得境界線上之 f_1 與 \bar{f}_1 ， $f_2^{(n)}$ 與 $\bar{f}_2^{(n)}$ 間之一次方程式如下：

$$\{\bar{F}_1\} = \{A\}^{-1} \{\bar{A} + I\} \{F_1\} = \{D\} \{F_1\} \tag{2-22}$$

$$\{\bar{F}_2^{(n)}\} = \{C^{(n)}\}^{-1} \{\bar{C}^{(n)} + I\} \{F_2^{(n)}\} = \{E^{(n)}\} \{F_2^{(n)}\} \tag{2-23}$$

但

$$\begin{aligned}
 \{F_1\} &= f_1(\xi_j, \eta_j), \quad \{\bar{F}_1\} = \bar{f}_1(\xi_j, \eta_j) \\
 \{F_2^{(n)}\} &= f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j), \quad \{\bar{F}_2^{(n)}\} = \bar{f}_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j)
 \end{aligned}
 \quad (j=1, 2, 3 \dots N_s) \tag{2-24}$$

$$\begin{aligned}
 \{A\} &= A_{ij}, \quad \{\bar{A}\} = \bar{A}_{ij} \\
 \{C^{(n)}\} &= C_{ij}^{(n)}, \quad \{\bar{C}^{(n)}\} = \bar{C}_{ij}^{(n)}
 \end{aligned}
 \quad (i, j=1, 2 \dots N_s) \tag{2-25}$$

$$\{D\} = \{A\}^{-1} \{\bar{A} + I\}$$

$$\{E^{(n)}\} = \{C^{(n)}\}^{-1} \{\bar{C}^{(n)} + I\}$$

又 I 為單位矩陣， $\{A\}^{-1}$ ， $\{C^{(n)}\}^{-1}$ 分別為 $\{A\}$ 及 $\{C^{(n)}\}$ 之逆矩陣。

(3) 各柱狀體內域之解析

(i) 各內域之速度勢 $\Phi_P(x, y, z)$ 之表示法

若各內域之速度勢以 $\Phi_P(x, y, z)$ 表示，其流體運動為微小振幅波運動，則其自由表面及底面條件分別為：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi_P}{\partial z} &= \sigma^2 \Phi_P / g & z &= 0 \\ \frac{\partial \Phi_P}{\partial z} &= 0 & z &= -q_P h \end{aligned} \right\} (2-27)$$

滿足上列條件之(2-1)式之一般解 Φ_P ，可以下列方程式表示之。

$$\Phi_P(x, y, z) = \frac{g \xi_0}{\sigma} \left[g_P^{(0)}(x, y) \cdot \frac{\cosh k_P(z + q_P h)}{\cosh k_P q_P h} + \sum_{m=1}^{\infty} q_P^{(m)}(x, y) \frac{\cos k_{Pm}(z + q_P h)}{\cos k_{Pm} q_P h} \right] \quad (2-28)$$

但 k_P 及 k_{Pm} 為下列方程式之根。

$$k_P q_P h \tanh k_P q_P h = -k_{Pm} q_P h \tan k_{Pm} q_P h = \frac{\sigma^2 q_P h}{g} \quad (2-29)$$

$g_P^{(0)}(x, y)$ 及 $g_P^{(m)}(x, y)$ 分別表示在各內域中因受入射波之影響所引起之進行及停止散亂波，又依(2-1)式兩者必須為滿足下列 Helmholtz 方程式之未知函數。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 g_P^{(0)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_P^{(0)}}{\partial y^2} + k_P^2 g_P^{(0)} &= 0 \\ \frac{\partial^2 g_P^{(m)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_P^{(m)}}{\partial y^2} - k_{Pm}^2 g_P^{(m)} &= 0 \end{aligned} \right\} (2-30)$$

(ii) 利用 Green 函數 $g_P^{(0)}(x, y)$ 及 $g_P^{(m)}(x, y)$ 之方法

依上節所述求 $f_1(x, y)$ 及 $f_2^{(n)}(x, y)$ 等之同樣原理可得 $g_P^{(0)}(x, y)$ ， $g_P^{(m)}(x, y)$ ……等如下：

$$g_P^{(0)}(x, y) = -\frac{1}{2} \int_{D_P} \left[g_P^{(0)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(k_P r) \right) - \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(k_P r) \right) \bar{g}_P^{(0)}(\xi, \eta) \right] ds \quad (2-31)$$

$$g_P^{(m)}(x, y) = -\frac{1}{2} \int_{D_P} \left[g_P^{(m)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{\pi} K_0(k_{Pm} r) \right) - \left(-\frac{1}{\pi} K_0(k_{Pm} r) \right) \bar{g}_P^{(m)}(\xi, \eta) \right] ds \quad (2-32)$$

$$g_p^{(0)}(\xi', \eta') = - \int_{D_p} \left[g_p^{(0)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(k_p R) \right) - \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(k_p R) \right) \bar{g}_p^{(0)}(\xi, \eta) \right] ds \quad (2-33)$$

$$g_p^{(m)}(\xi', \eta') = - \int_{D_p} \left[g_p^{(m)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{\pi} K_0(k_{pm} R) \right) - \left(-\frac{1}{\pi} K_0(k_{pm} R) \right) \bar{g}_p^{(m)}(\xi, \eta) \right] ds \quad (2-34)$$

但 $\bar{g}_p^{(0)}(\xi, \eta) = \partial g_p^{(0)}(\xi, \eta) / \partial \nu$, $\bar{g}_p^{(m)}(\xi, \eta) = \partial g_p^{(m)}(\xi, \eta) / \partial \nu$ (2-35)

(iii) 積分方程式之差分及矩陣化

利用上節所述之差分法將(2-31)~(2-34)式作同樣之差分，可得下列之和分方程式：

$$g_p^{(0)}(x, y) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_p} [\bar{C}_{pxj}^{(0)} g_p^{(0)}(\xi_j, \eta_j) - C_{pxj}^{(0)} \bar{g}_p^{(0)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (2-36)$$

$$g_p^{(m)}(x, y) = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_p} [\bar{C}_{pxj}^{(m)} g_p^{(m)}(\xi_j, \eta_j) - C_{pxj}^{(m)} \bar{g}_p^{(m)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (2-37)$$

$$g_p^{(0)}(\xi_i, \eta_i) = - \sum_{j=1}^{N_p} [\bar{C}_{pij}^{(0)} g_p^{(0)}(\xi_j, \eta_j) - C_{pij}^{(0)} \bar{g}_p^{(0)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (i = 1, 2, \dots, N_p) \quad (2-38)$$

$$g_p^{(m)}(\xi_i, \eta_i) = - \sum_{j=1}^{N_p} [\bar{C}_{pij}^{(m)} g_p^{(m)}(\xi_j, \eta_j) - C_{pij}^{(m)} \bar{g}_p^{(m)}(\xi_j, \eta_j)] \quad (i = 1, 2, \dots, N_p) \quad (2-39)$$

但
$$\left. \begin{aligned} C_{pij}^{(0)} &= \int_{\Delta S_j} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(k_p R_{ij}) \right) ds - \frac{1}{2} H_0^{(1)}(k_p R_{ij}) \Delta S_j \quad i \neq j \\ &= \frac{1}{\pi} \left(\nu - 1 + \log \frac{k_p \Delta S_i}{4} - i \frac{\pi}{2} \right) \Delta S_i \quad i = j \\ \bar{C}_{pij}^{(0)} &= \int_{\Delta S_i} \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{i}{2} H_0^{(1)}(k_p R_{ij}) \right) ds \\ &= \frac{i}{2} k_p H_1^{(1)}(k_p R_{ij}) \cdot \left(\frac{\xi_j - \xi_i}{R_{ij}} \Delta \eta_j - \frac{\eta_j - \eta_i}{R_{ij}} \Delta \xi_j \right) \quad i \neq j \\ &= \frac{1}{2\pi} (\xi_s \eta_{ss} - \xi_{ss} \eta_s)_i \Delta S_i \quad i = j \end{aligned} \right\} \quad (2-40)$$

$$\begin{aligned}
C_{Pij}^{(m)} &= \int \Delta S_j \left(-\frac{1}{\pi} K_0(k_{Pm} R_{ij}) \right) ds = -\frac{1}{\pi} K_0(k_{Pm} R_{ij}) \Delta S_j \quad i \neq j \\
&= \frac{1}{\pi} \left(\gamma - 1 + \log \frac{k_{Pm} \Delta S_i}{4} \right) \Delta S_i \quad i = j \\
\bar{C}_{Pij}^{(m)} &= \int \Delta S_i \frac{\partial}{\partial \nu} \left(-\frac{1}{\pi} K_0(k_{Pm} R_{ij}) \right) ds \\
&= \frac{1}{\pi} k_{Pm} K_1(k_{Pm} R_{ij}) \left(\frac{\xi_j - \xi_i}{R_{ij}} \Delta \eta_j - \frac{\eta_j - \eta_i}{R_{ij}} \Delta \xi_j \right) \quad i \neq j \\
&= \frac{1}{2\pi} (\xi_s \eta_{ss} - \xi_{ss} \eta_s)_i \Delta S_i \quad i = j
\end{aligned}$$

又將 $C_{Pij}^{(0)}$, $\bar{C}_{Pij}^{(0)}$ ……等之 (ξ_i, η_i) 以 (x, y) 取代之, 即表示 $C_{Pij}^{(0)}$, $\bar{C}_{Pij}^{(0)}$ ……各值。(ΔS_i 取負值)

將 (2-38)、(2-39) 式作下列之矩陣化, 可得各境界線 D_P ($P=1, 2, \dots, P^*$) 上之 $g_P^{(0)}$ 與 $\bar{g}_P^{(0)}$, $g_P^{(m)}$ 與 $\bar{g}_P^{(m)}$ 間之一次方程式。

$$\{\bar{G}^{(0)}\}_P = \{C^{(0)}\}_P^{-1} \{\bar{C}^{(0)} + I\}_P \{G^{(0)}\}_P = \{L^{(0)}\}_P \{G^{(0)}\}_P \quad (2-41)$$

$$\{\bar{G}^{(m)}\}_P = \{C^{(m)}\}_P^{-1} \{\bar{C}^{(m)} + I\}_P \{G^{(m)}\}_P = \{L^{(m)}\}_P \{G^{(m)}\}_P \quad (2-42)$$

但

$$\left. \begin{aligned}
\{G^{(0)}\}_P &= g_P^{(0)}(\xi_j, \eta_j), \quad \{\bar{G}^{(0)}\}_P = \bar{g}_P^{(0)}(\xi_j, \eta_j) \\
\{G^{(m)}\}_P &= g_P^{(m)}(\xi_j, \eta_j), \quad \{\bar{G}^{(m)}\}_P = \bar{g}_P^{(m)}(\xi_j, \eta_j) \\
&\quad (j=1, 2, \dots, N_P)
\end{aligned} \right\} \quad (2-43)$$

$$\left. \begin{aligned}
\{C^{(0)}\}_P &= C_{Pij}^{(0)}, \quad \{\bar{C}^{(0)}\}_P = \bar{C}_{Pij}^{(0)} \\
\{C^{(m)}\}_P &= C_{Pij}^{(m)}, \quad \{\bar{C}^{(m)}\}_P = \bar{C}_{Pij}^{(m)}
\end{aligned} \right\} \quad (i, j=1, 2, 3, \dots, N_P) \quad (2-44)$$

$$\left. \begin{aligned}
\{L^{(0)}\}_P &= \{C^{(0)}\}_P^{-1} \{\bar{C}^{(0)} + I\} \\
\{L^{(m)}\}_P &= \{C^{(m)}\}_P^{-1} \{\bar{C}^{(m)} + I\}
\end{aligned} \right\} \quad (2-45)$$

(4) 各境界面上之力學條件

外域與各內域之幾何學境界面上之任意點 (ξ, η, z) 上, 由於各流體領域之流體運動所引起之質量流束 (Mass Flux) 及能量流束 (Energy Flux) 必須連續, 故在各境界面上, 下列之條件一定被滿足。

$$\begin{aligned}
\text{當 } 0 \geq z \geq -qph \quad \Phi_{out}(\xi, \eta, z) &= \Phi_P(\xi, \eta, z) \\
&\quad \partial \Phi_{out}(\xi, \eta, z) / \partial \nu = \partial \Phi_P(\xi, \eta, z) / \partial \nu \quad (p=1, 2, \dots, P^*) \\
\text{當 } -qph \geq z \geq -h \quad \partial \Phi_{out}(\xi, \eta, z) / \partial \nu &= 0
\end{aligned} \quad (2-46)$$

代(2-3)、(2-28)式入上式可得下列之關係式。

$$\left. \begin{aligned} & [\{ \bar{F}_0 \}_P + \{ \bar{F}_1 \}_P] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \{ \bar{F}_2^{(n)} \}_P \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ & = \{ \bar{G}^{(0)} \}_P \frac{\cosh k_P(z+q_P h)}{\cosh k_P q_P h} + \sum_{m=1}^{\infty} \{ \bar{G}^{(m)} \}_P \frac{\cos k_{Pm}(z+q_P h)}{\cos k_{Pm} q_P h} \\ & = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-47)$$

$0 \geq z \geq -q_P h$
 $-q_P h \geq z \geq -h$

$$\left. \begin{aligned} & [\{ F_0 \}_P + \{ F_1 \}_P] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \{ F_2^{(n)} \}_P \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \\ & = \{ G^{(0)} \}_P \frac{\cosh k_P(z+q_P h)}{\cosh k_P q_P h} + \sum_{m=1}^{\infty} \{ G^{(m)} \}_P \frac{\cos k_{Pm}(z+q_P h)}{\cos k_{Pm} q_P h} \\ & \quad 0 \geq z \geq -q_P h \end{aligned} \right\} \quad (2-48)$$

將(2-47)式之各項分別乘以 $\cosh k(z+h)$ 及 $\cos k_n(z+h)$ ($n=1, 2, \dots$)，並對 $z = -h \sim 0$ 間積分。又將(2-48)式之各項分別乘以 $\cosh k_P(z+q_P h)$ 及 $\cos k_{Pm}(z+q_P h)$ ，並對 $z = -q_P h \sim 0$ 間積分，則由於此等之直交性可得下列關係式。

$$\left. \begin{aligned} \{ \bar{F}_1 \}_P &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P0}}{N_0 \sinh \lambda_0} \left[\frac{1}{(\lambda_{P0}/q_P \lambda_0)^2 - 1} \cdot \frac{1}{\cosh \lambda_{P0}} \{ \bar{G}^{(0)} \}_P \right. \\ &\quad \left. - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_{Pm}/q_P \lambda_0)^2 + 1} \cdot \frac{1}{\cos \lambda_{Pm}} \{ \bar{G}^{(m)} \}_P \right] - \{ \bar{F}_0 \}_P \\ \{ \bar{F}_2^{(n)} \}_P &= -\frac{\sin \bar{\lambda}_{Pn}}{N_n \sin \lambda_n} \left[\frac{1}{(\lambda_{P0}/q_P \lambda_n)^2 + 1} \cdot \frac{1}{\cosh \lambda_{P0}} \{ \bar{G}^{(0)} \}_P \right. \end{aligned} \right\} \quad (2-49)$$

$$\left. \begin{aligned} & - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(\lambda_{Pm}/q_P \lambda_n)^2 - 1} \cdot \frac{1}{\cos \lambda_{Pm}} \{ \bar{G}^{(m)} \}_P \right] \\ \{ G^{(0)} \}_P &= \frac{1}{N_{P0} \sinh \lambda_{P0}} \left[\frac{\lambda_{P0}/q_P \lambda_0}{(\lambda_{P0}/q_P \lambda_0)^2 - 1} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P0}}{\cosh \lambda_0} [\{ F_0 \}_P + \{ F_1 \}_P \right. \\ & \quad \left. - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{P0}/q_P \lambda_n}{(\lambda_{P0}/q_P \lambda_n)^2 + 1} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_{Pn}}{\cos \lambda_n} \{ F_2^{(n)} \}_P \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \{ G^{(m)} \}_P &= -\frac{1}{N_{Pm} \sin \lambda_{Pm}} \left[\frac{\lambda_{Pm}/q_P \lambda_0}{(\lambda_{Pm}/q_P \lambda_0)^2 + 1} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P0}}{\cosh \lambda_0} [\{ F_0 \}_P + \{ F_1 \}_P \right. \\ & \quad \left. - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_{Pm}/q_P \lambda_n}{(\lambda_{Pm}/q_P \lambda_n)^2 - 1} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_{Pn}}{\cos \lambda_n} \{ F_2^{(n)} \}_P \right] \end{aligned} \right\} \quad (2-50)$$

但 $\lambda_0 = kh$ ， $\lambda_n = k_n h$ ， $\bar{\lambda}_{P0} = q_P \lambda_0$ ， $\bar{\lambda}_{Pn} = q_P \lambda_n$ ， $\lambda_{P0} = k_P q_P h$ ， $\lambda_{Pm} = k_{Pm} q_P h$

$$\bar{q}_p = 1 - q_p, \quad N_o = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_o}{\sinh 2\lambda_o} \right), \quad N_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_n}{\sin 2\lambda_n} \right) \quad (2-51)$$

$$N_{p0} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_{p0}}{\sinh 2\lambda_{p0}} \right), \quad N_{pm} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_{pm}}{\sin 2\lambda_{pm}} \right)$$

將(2-22)及(2-23)式作下列之分割，可得 $\{\bar{F}_1\}_P$ 與 $\sum_P \{F_1\}_P$ ，($P=1, 2, \dots, P^*$)，及 $\{\bar{F}_2^{(n)}\}_P$ 與 $\sum_P \{F_2^{(n)}\}_P$ ，($P=1, 2, \dots, P^*$) 間之關係式。

$$\begin{bmatrix} \{\bar{F}_1\}_1 \\ \{\bar{F}_1\}_2 \\ \vdots \\ \{\bar{F}_1\}_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & \cdots & D_{1P} \\ D_{21} & D_{22} & \cdots & D_{2P} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{P1} & D_{P2} & \cdots & D_{PP} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{F_1\}_1 \\ \{F_1\}_2 \\ \vdots \\ \{F_1\}_P \end{bmatrix} \quad (2-52)$$

即
$$\{\bar{F}_1\}_P = \sum_{j=1}^P \{D_{Pj}\} \{F_1\}_j \quad (P=1, 2, \dots, P^*) \quad (2-53)$$

同理得
$$\{\bar{F}_2^{(n)}\}_P = \sum_{j=1}^P \{E_{Pj}^{(n)}\} \{F_2^{(n)}\}_j \quad (P=1, 2, \dots, P^*) \quad (2-54)$$

代(2-53)、(2-54)、(2-41)、(2-42)式入(2-49)及(2-50)式，同時消去 $\{G^{(0)}\}_P$ ， $\{G^{(m)}\}_P$ ， $\{\bar{G}^{(0)}\}_P$ ， $\{\bar{G}^{(m)}\}_P$ ， $\{\bar{F}_1\}_P$ 及 $\{\bar{F}_2^{(n)}\}_P$ ，可得關係 $\{F_1\}$ 及 $\{F_2^{(n)}\}$ 之連立一次方程式如下：

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{j=1}^{P^*} [\{D_{Pj}\} - \delta_{Pj} \{Q_0^{(0)}\}] \{F_1\}_j + \sum_{r=1}^{\infty} \{Q_r^{(0)}\}_P \{F_2^{(r)}\}_P \\ & = -\{\bar{F}_0\}_P + \{Q_0^{(0)}\}_P \{F_0\}_P \quad (P=1, 2, \dots, P^*) \\ & \{Q_0^{(n)}\}_P \{F_1\}_P + \sum_{j=1}^{P^*} \sum_{r=1}^{\infty} [\delta_{nr} \{E_{Pj}^{(n)}\} - \delta_{Pj} \{Q_r^{(n)}\}_P] \{F_2^{(r)}\}_j \\ & = -\{Q_0^{(n)}\}_P \{F_0\}_P \quad (n=1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (2-55)$$

但
$$\begin{aligned} \{Q_0^{(0)}\}_P &= a_{P00}^{(0)} \{L^{(0)}\}_P + \sum_{m=1}^{\infty} a_{P0m}^{(0)} \{L^{(m)}\}_P \\ \{Q_r^{(0)}\}_P &= a_{Pr0}^{(0)} \{L^{(0)}\}_P + \sum_{m=1}^{\infty} a_{Prm}^{(0)} \{L^{(m)}\}_P \\ \{Q_0^{(n)}\}_P &= a_{P00}^{(n)} \{L^{(0)}\}_P + \sum_{m=1}^{\infty} a_{P0m}^{(n)} \{L^{(m)}\}_P \\ \{Q_r^{(n)}\}_P &= a_{Pr0}^{(n)} \{L^{(0)}\}_P + \sum_{m=1}^{\infty} a_{Prm}^{(n)} \{L^{(m)}\}_P \end{aligned} \quad (2-56)$$

又
$$\delta_{Pj} = \begin{cases} 1 & P=j \\ 0 & P \neq j \end{cases} \quad (P, j=1, 2, \dots, P^*)$$

$$\delta_{nr} = \begin{cases} 1 & n=r \\ 0 & n \neq r \end{cases} \quad (n, r=1, 2, 3, \dots)$$

$$a_{P_{00}}^{(0)} = \frac{1}{N_{P_0} \sinh \lambda_{P_0} \cosh \lambda_{P_0}} \cdot \frac{\lambda_{P_0}/q_P \lambda_0}{(\lambda_{P_0}/q_P \lambda_0)^2 - 1} \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P_0}}{\cosh \lambda_0} \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P_0}}{N_0 \sinh \lambda_0} \frac{1}{(\lambda_{P_0}/q_P \lambda_0)^2 - 1}$$

$$a_{P_{0m}}^{(0)} = \frac{1}{N_{P_m} \sin \lambda_{P_m} \cos \lambda_{P_m}} \cdot \frac{\lambda_{P_m}/q_P \lambda_0}{(\lambda_{P_m}/q_P \lambda_0)^2 + 1} \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P_0}}{\cosh \lambda_0} \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P_0}}{N_0 \sinh \lambda_0} \frac{1}{(\lambda_{P_m}/q_P \lambda_0)^2 + 1}$$

$$a_{P_{r0}}^{(0)} = \frac{1}{N_{P_0} \sinh \lambda_{P_0} \cosh \lambda_{P_0}} \cdot \frac{\lambda_{P_0}/q_P \lambda_r}{(\lambda_{P_0}/q_P \lambda_r)^2 + 1} \frac{\sin \bar{\lambda}_{P_r}}{\cos \lambda_r} \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P_0}}{N_0 \sinh \lambda_0} \frac{1}{(\lambda_{P_0}/q_P \lambda_0)^2 - 1}$$

$$a_{P_{rm}}^{(0)} = \frac{1}{N_{P_m} \sin \lambda_{P_m} \cos \lambda_{P_m}} \cdot \frac{\lambda_{P_m}/q_P \lambda_r}{(\lambda_{P_m}/q_P \lambda_r)^2 - 1} \frac{\sin \bar{\lambda}_{P_r}}{\cos \lambda_r} \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P_0}}{N_0 \sinh \lambda_0} \frac{1}{(\lambda_{P_m}/q_P \lambda_0)^2 + 1}$$

$$a_{P_{0n}}^{(n)} = \frac{1}{N_{P_0} \sinh \lambda_{P_0} \cosh \lambda_{P_0}} \cdot \frac{\lambda_{P_0}/q_P \lambda_0}{(\lambda_{P_0}/q_P \lambda_0)^2 - 1} \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P_0}}{\cosh \lambda_0} \frac{\sin \bar{\lambda}_{P_n}}{N_n \sin \lambda_n} \frac{1}{(\lambda_{P_0}/q_P \lambda_n)^2 + 1}$$

$$a_{P_{0m}}^{(n)} = \frac{1}{N_{P_m} \sin \lambda_{P_m} \cos \lambda_{P_m}} \cdot \frac{\lambda_{P_m}/q_P \lambda_0}{(\lambda_{P_m}/q_P \lambda_0)^2 + 1} \frac{\sinh \bar{\lambda}_{P_0}}{\cosh \lambda_0} \frac{\sin \bar{\lambda}_{P_n}}{N_n \sin \lambda_n} \frac{1}{(\lambda_{P_m}/q_P \lambda_n)^2 - 1}$$

$$a_{P_{r0}}^{(n)} = \frac{1}{N_{P_0} \sinh \lambda_{P_0} \cosh \lambda_{P_0}} \cdot \frac{\lambda_{P_0}/q_P \lambda_r}{(\lambda_{P_0}/q_P \lambda_r)^2 + 1} \frac{\sin \bar{\lambda}_{P_r}}{\cos \lambda_r} \frac{\sin \bar{\lambda}_{P_n}}{N_n \sin \lambda_n} \frac{1}{(\lambda_{P_0}/q_P \lambda_n)^2 + 1}$$

$$a_{P_{rm}}^{(n)} = \frac{1}{N_{P_m} \sin \lambda_{P_m} \cos \lambda_{P_m}} \cdot \frac{\lambda_{P_m}/q_P \lambda_r}{(\lambda_{P_m}/q_P \lambda_r)^2 - 1} \frac{\sin \bar{\lambda}_{P_r}}{\cos \lambda_r} \frac{\sin \bar{\lambda}_{P_n}}{N_n \sin \lambda_n} \frac{1}{(\lambda_{P_m}/q_P \lambda_n)^2 - 1}$$

(2-57)

解(2-55)式可確定 $f_1(\xi_j, \eta_j)$ 及 $f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j)$, ($j=1, 2, \dots, N_1$), 從(2-22)及(2-23)式可得 $\bar{f}_1(\xi_j, \eta_j)$ 及 $\bar{f}_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j)$, 又從(2-50)式可得各境界線上之 $g_r^{(0)}$ 及 $g_r^{(m)}$, 同時依(2-41)及(2-42)式可得 $\bar{g}_r^{(0)}$ 及 $\bar{g}_r^{(m)}$, 又從(2-12)(2-13)及(2-36)(2-37)式可分別得各領域之任意點之 $f_1(x, y)$, $f_2^{(n)}(x, y)$ 及 $g_r^{(0)}(x, y)$, $g_r^{(m)}(x, y)$, 即確定各領域任意點之速度勢, 故確定各領域之流體運動。

(5) 波高分布、反射波分布及流體壓力

(i) 波高分布

外域任意點之振幅與入射波振幅 ζ_0 之比 K_d (繞射係數), 可由下列公式計算之。

$$K_d = |f_0(x, y) + f_1(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y)| \quad (2-58)$$

各內域任意點之繞射係數 $K_d^{(p)}$, ($p=1, 2, \dots, P^*$) 爲

$$K_d^{(p)} = |g_r^{(0)}(x, y) + \sum_{m=1}^{\infty} g_r^{(m)}(x, y)| \quad (2-59)$$

(ii) 反射波分布 (Scattering Cross Section)

以柱狀體群之重心爲圓心, 半徑爲 R (很大) 畫圓, 將此圓周 q^* 等分, 其微小圓心角 $\Delta\theta = 2\pi/q^*$

，由(2-12)式可得各等分之中點的反射波速度勢 f_1 ，則由於柱狀體群存在所引起之反射波分布 C_i 可依下式計算之。

$$C_i = |(f_1)_i|^2 \cdot R \cdot \Delta \theta_i \quad (i = 1, 2, \dots, q^*) \quad (2-60)$$

其全反射強度 (Total Scattering Cross Section) Q 為

$$Q = \sum_{i=1}^q C_i \quad (2-61)$$

又 $\Delta \theta_i$ 內之反射比 (Scattering Ratio) S_i 為

$$S_i = C_i / Q \times 100 \% \quad (2-62)$$

(iii) 作用於各柱狀體之壓力

作用於各柱狀體側面之 x ， y 之正方向之流體合壓力 F_{Px} ， F_{Py} 可依下式計算。

$$\left. \begin{aligned} \frac{F_{Px}}{\rho g \zeta_0 h^2} &= -\frac{i e^{-i\sigma t}}{\lambda_0} \cdot \sum_{j=1}^{N_p} \left[\frac{\sinh \bar{\lambda}_{p0}}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_{pn}}{\lambda_n \cos \lambda_n} \cdot f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j) \right] k \Delta \eta_j \\ \frac{F_{Py}}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{i e^{-i\sigma t}}{\lambda_0} \sum_{j=1}^{N_p} \left[\frac{\sinh \bar{\lambda}_{p0}}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \{f_0(\xi_j, \eta_j) + f_1(\xi_j, \eta_j)\} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \bar{\lambda}_{pn}}{\lambda_n \cos \lambda_n} f_2^{(n)}(\xi_j, \eta_j) \right] k \Delta \xi_j \end{aligned} \right\} \quad (2-63)$$

在(2-28)中取 $z = -q_p h$ ，則作用於各柱狀體頂部之流體壓力 P_{2P} 為

$$\frac{P_{2P}}{\rho g \zeta_0} = i e^{-i\sigma t} \left[\frac{g_p^{(0)}(x, y)}{\cosh \lambda_{p0}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g_p^{(m)}(x, y)}{\cos \lambda_{pm}} \right] \quad (2-64)$$

從而，將各內域以 M_p 個微小面積 ΔA_r ($r = 1, 2, \dots, M_p$) 分割之，其中點座標為 (x_r, y_r) ，則作用於各柱狀體之向下合力 F_{Pz} 為

$$\frac{F_{Pz}}{\rho g \zeta_0 h^2} = \frac{i e^{-i\sigma t}}{\lambda_0^2} \sum_{r=1}^{M_p} \left[\frac{g_p^{(0)}(x_r, y_r)}{\cosh \lambda_{p0}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g_p^{(m)}(x_r, y_r)}{\cos \lambda_{pm}} \right] k^2 \Delta A_r \quad (2-65)$$

(6) 數值計算及結果

本文以長軸為 b ，短軸為 $a (= 0.5 b)$ 之橢圓柱狀體 2 個存在時作為計算例，如 Fig. 2 所示，柱狀體間之間隔為 D_s ，各境界線上各取 16 點， $f_2^{(n)}$ 及 $g_p^{(m)}$ 之級數項數分別取 $n = 3$ ， $m = 2$ ，關於級數之收束性及離散化之精度等請參照文獻⁽¹⁾。

本文係在 $\sigma^2 h/g = 0.5$ ， $b/h = 1.0$ ， $\omega = 45^\circ, 90^\circ$ ， $q = 0.25, 0.5$ ， $D_s/b = 1, 2$ 之條件下，討論其計算結果。

(i) 波高分布

Fig. 3 ~ 8 係在上述條件下數值計算所得之波高分布。觀察各圖可知，間隔 D_s 所引起波高分布之變化小，同時又顯示當 $q = 0.5$ 時波之變形比 $q = 0.25$ 時為小。

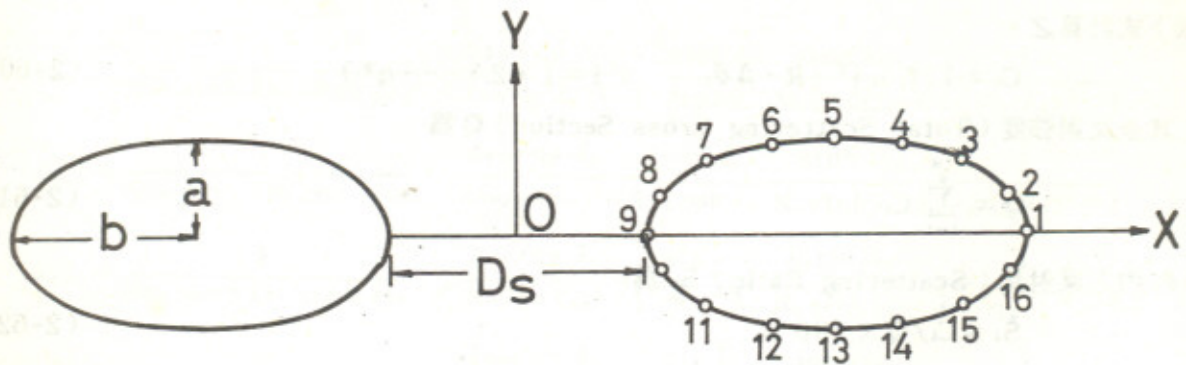


Fig.2 Distribution of Calculation Points

(ii) 反射波分布

Fig.9 為在上述條件下，取 $R/b = 300$ ， $q^* = 36$ 時，2 個不透水潛水柱狀體所引起波之反射比分布圖。Q 表示全反射強度，如圖所示， D_s 之變化對全反射強度沒有多大關係，此與波高分布之結果相符合。

(iii) 流體壓力

作用於各柱狀體之水平力及鉛直力分別依 (2-63) 及 (2-65) 式計算，其結果在 Table 1。(但計算鉛直力時 M_r 取 20)

Table 1 Calculated Fluid Forces for $\sigma^2 h/g = 0.5$

ω					45°			90°			
					$\frac{F_x}{\rho g \zeta_0 h^2}$	$\frac{F_y}{\rho g \zeta_0 h^2}$	$\frac{F_z}{\rho g \zeta_0 h^2}$	$\frac{F_x}{\rho g \zeta_0 h^2}$	$\frac{F_y}{\rho g \zeta_0 h^2}$	$\frac{F_z}{\rho g \zeta_0 h^2}$	
q	0.25	D_s/b	1	P	1	1.955	1.619	4.587	1.707	1.708	4.711
					2	1.989	1.648	4.698	1.707	1.708	4.711
		2	P	1	1.939	1.606	4.542	2.080	1.723	4.762	
				2	1.952	1.617	4.587	2.080	1.723	4.762	
	0.5	D_s/b	1	P	1	1.979	1.640	2.242	2.101	1.740	2.317
					2	1.987	1.646	2.260	2.101	1.740	2.317
		2	P	1	1.964	1.627	2.207	2.104	1.743	2.323	
				2	1.976	1.637	2.236	2.104	1.743	2.323	

三 結 論

如文所述，本解析法比從前之方法簡單而且除受必須為鉛直側面之限外無其他限制。同時不僅只適用於微小振幅波理論外，亦可發展至有限振幅波理論，關於有限振幅波作用於柱狀體之解析法，作者等正在研究中，擬於下次機會發表。

四 參考文獻

- (1) 井島武士，湯村やす，周宗仁，吉田明德：水底および水面附近の任意断面の固定柱狀體による波の散亂と波力。日本土木學會論文報告集，第228號，一九七四年八月。
- (2) 井島武士，周宗仁，湯村やす：任意形狀の透過および不透過防波堤による波の散亂，日本土木學會論文報告集，第225號，一九七四年五月。
- (3) 周宗仁：波浪作用於透水或不透水防波堤群之研究。河海工程，第10期，一九七八年六月。



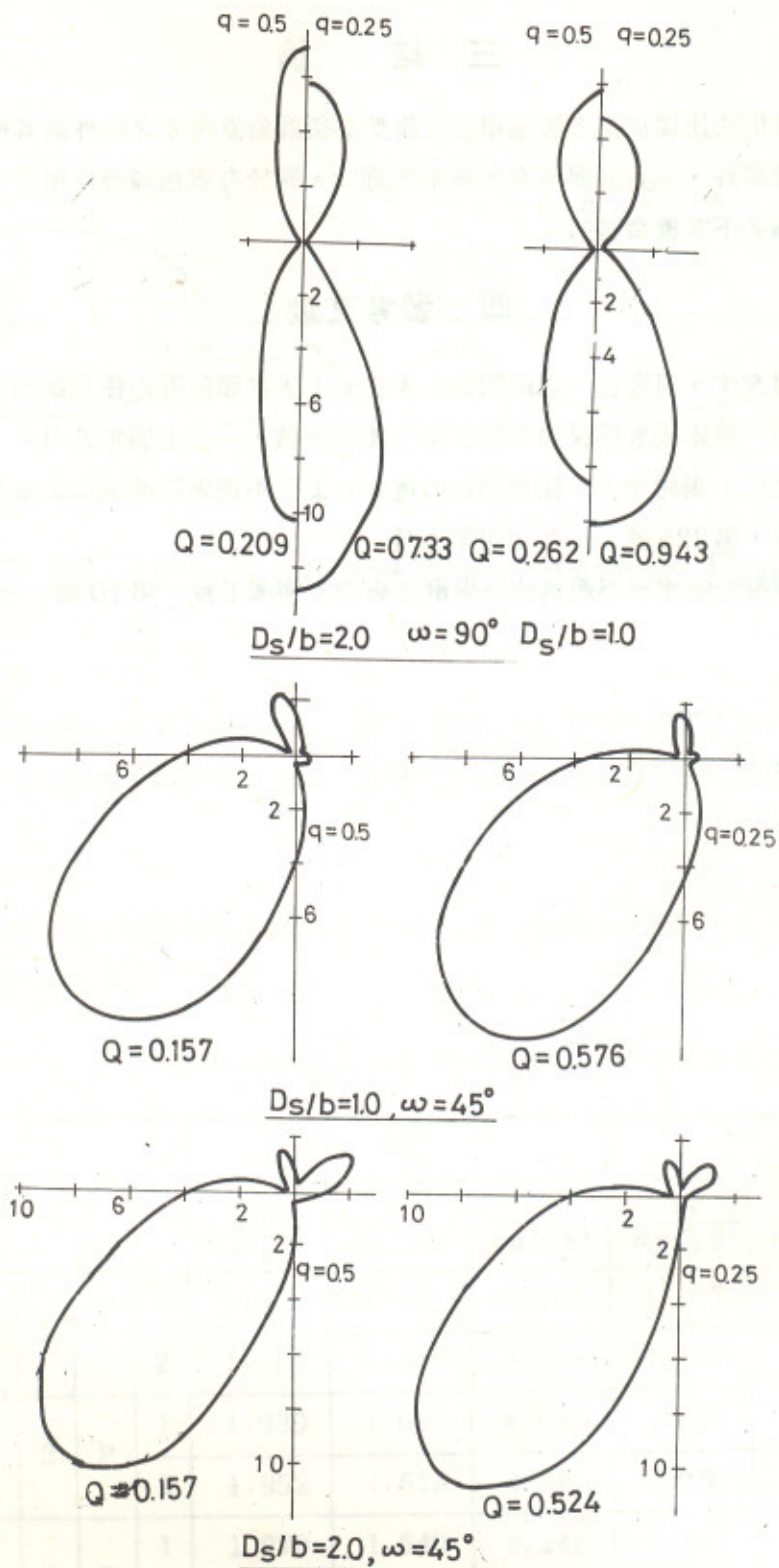


Fig. 9 $\sigma^2 h/g = 0.5$, Scattering Ratio for Multiple Submerged Ellipses

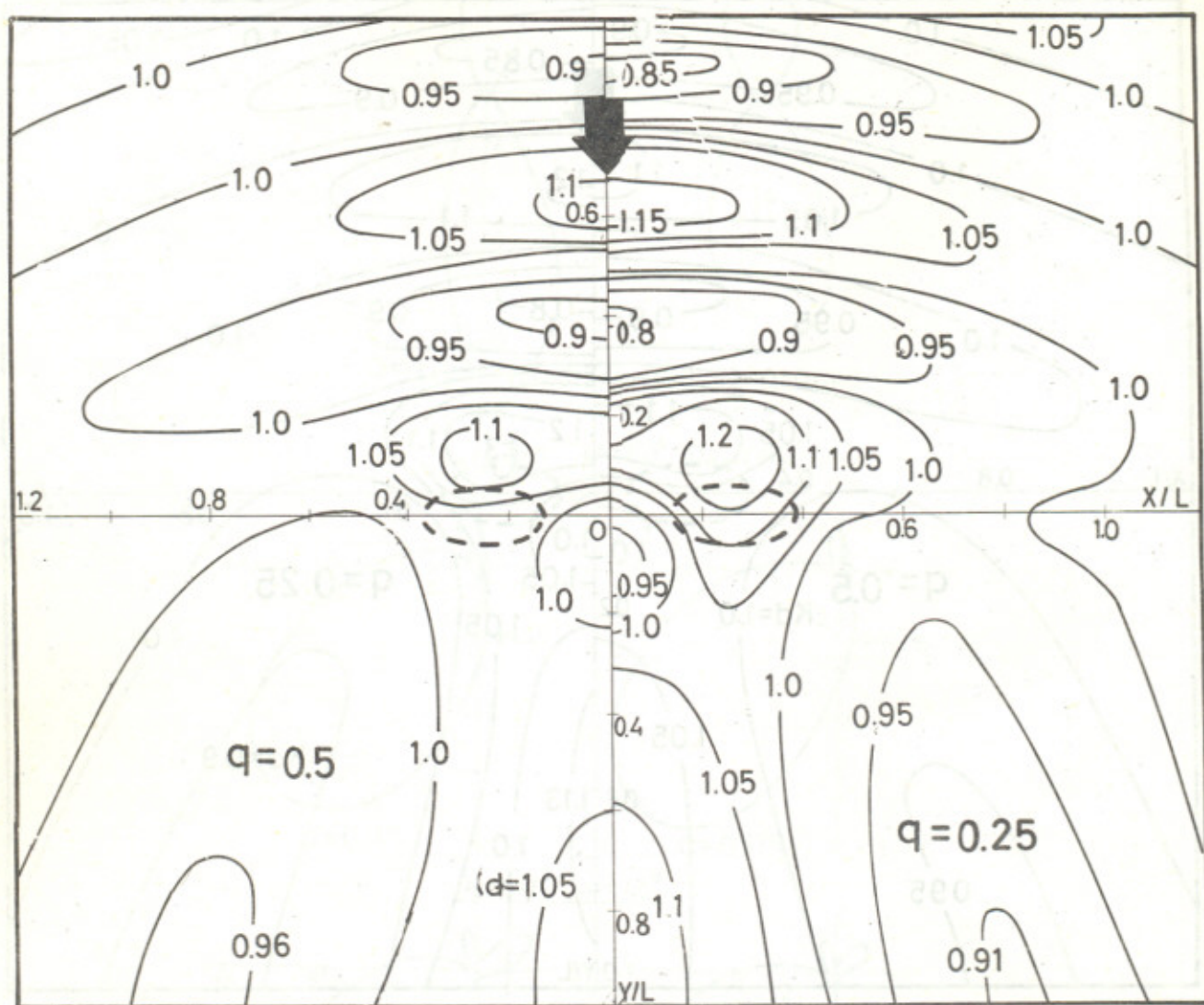


Fig. 4 $\sigma^2 h/g=0.5, Kh=0.772, b/h=1.0, a/b=0.5, Ds/b=2.0$
 Distribution of K_d for Multiple Submerged
 Ellipses

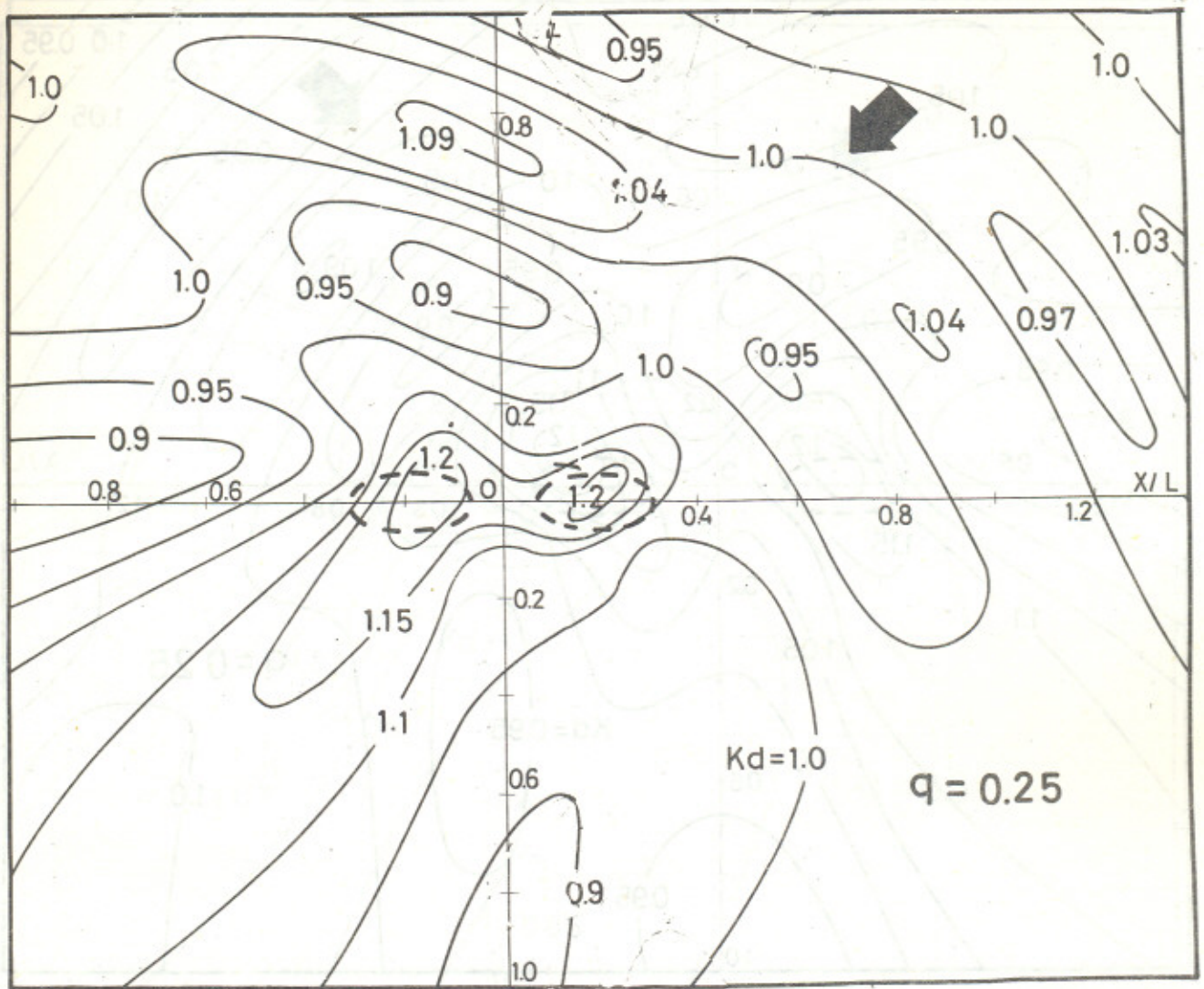


Fig. 5 $\sigma^2 h/g = 0.5$, $Kh = 0.772$, $b/h = 1.0$, $a/b = 0.5$, $D_s/b = 1.0$
 Distribution of K_d for Multiple Submerged
 Ellipses

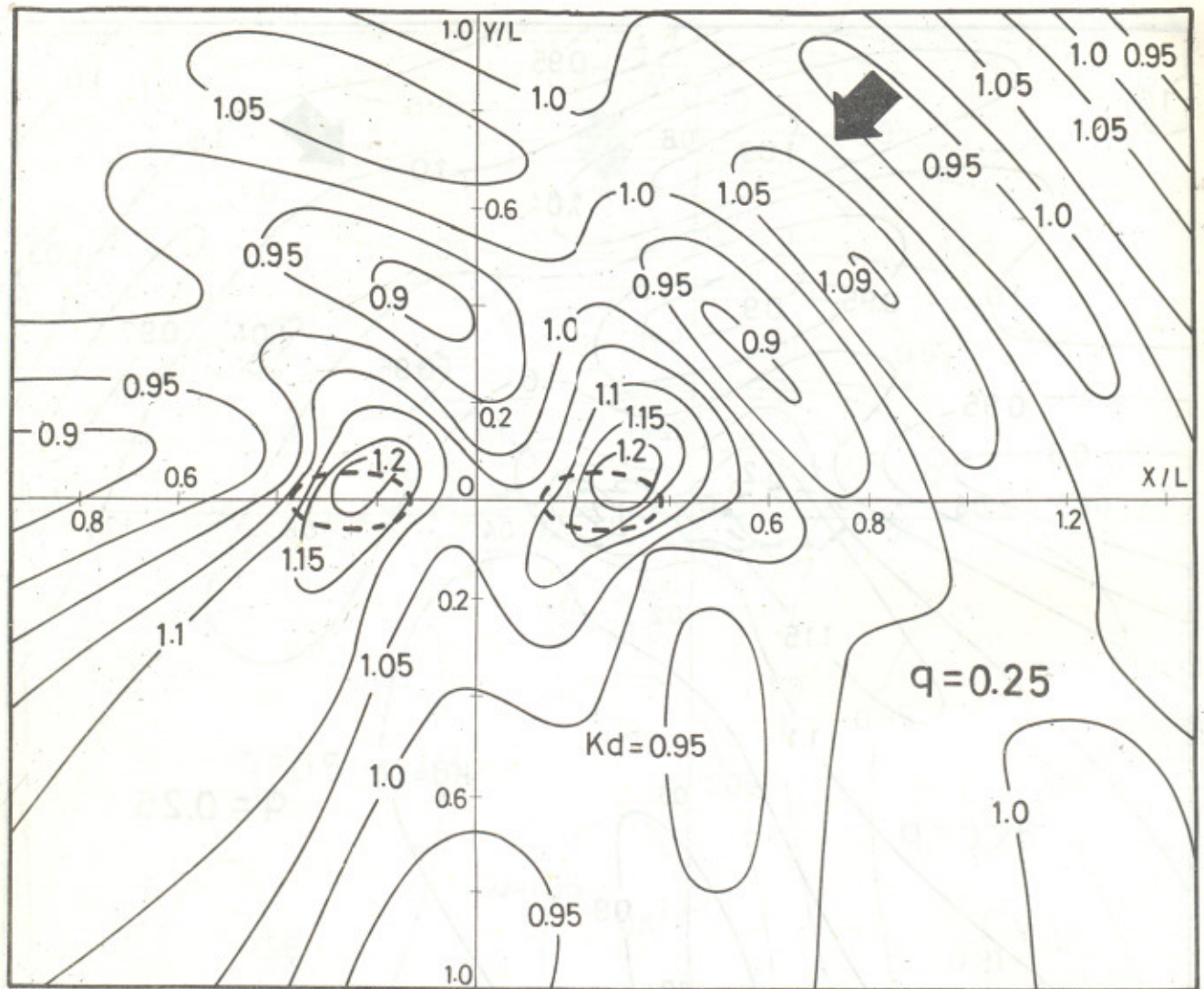


Fig. 6 $\sigma^2 h/g=0.5, Kh=0.772, b/h=1.0, a/b=0.5, D_s/b=2.0$
 Distribution of K_d for Multiple Submerged
 Ellipses

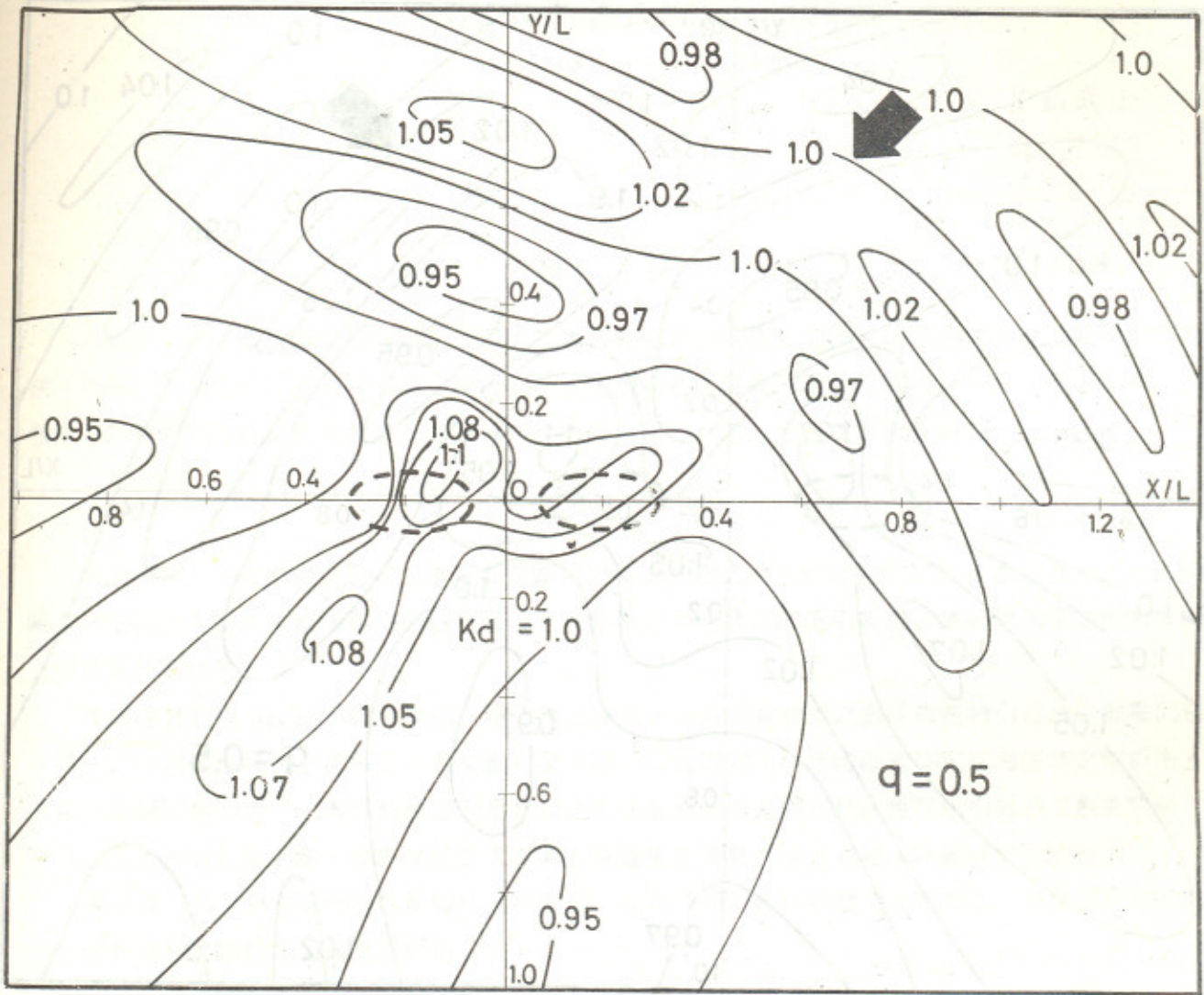


Fig. 7 $\sigma^2 h/g=0.5, Kh=0.772, b/h=1.0, a/b=0.5, D_s/b=1.0$
 Distribution of K_d for Multiple Submeraed
 Ellipses

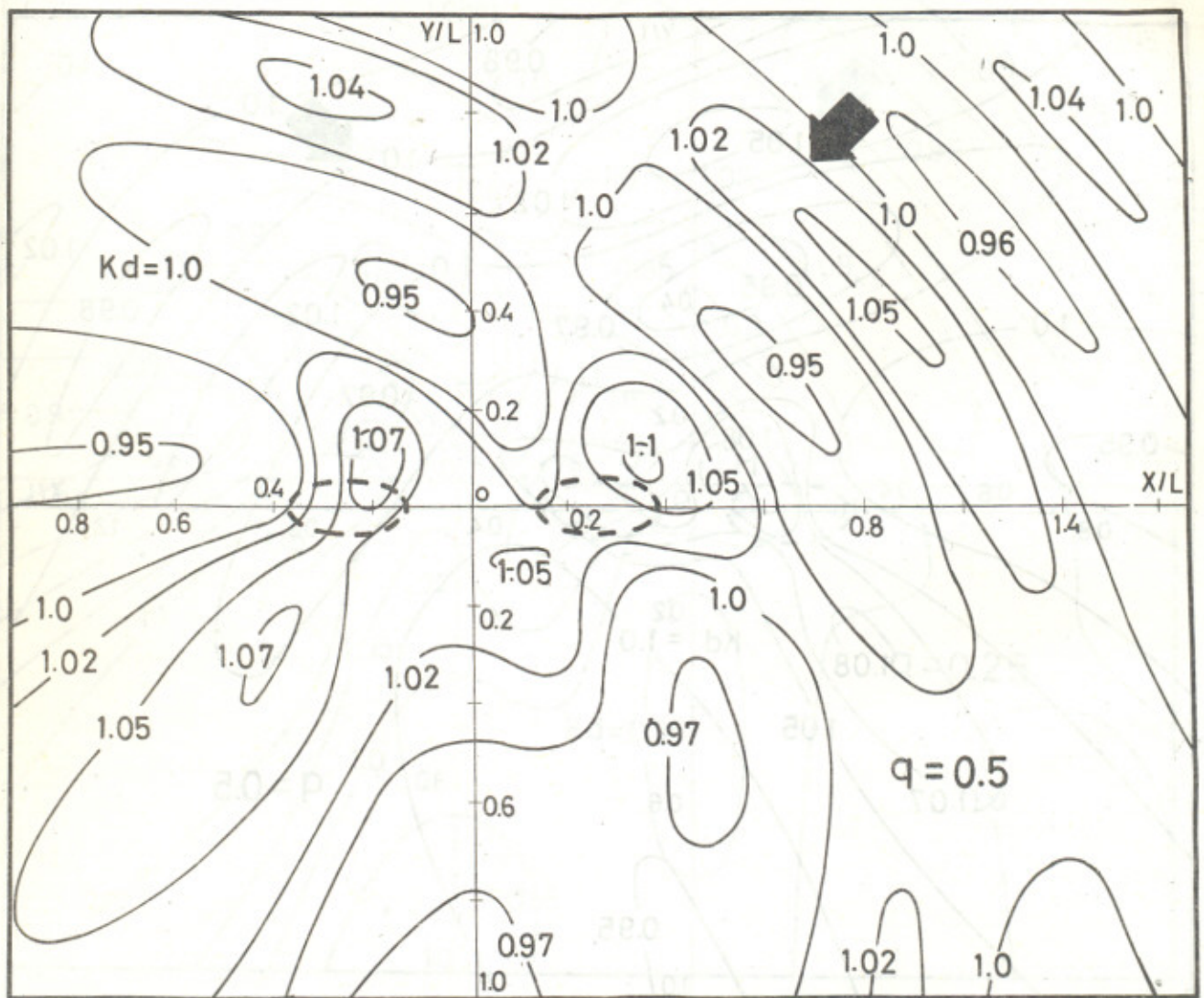


Fig. 8 $\sigma^2 h/g=0.5, Kh=0.772, b/h=1.0, a/b=0.5, Ds/b=2.0$
 Distribution of K_d for Multiple Submerged
 Ellipses