2維簡諧運動浮體表面邊界條件

在水面附近有浮式結構物存在,受波浪作用時浮體之運動可分為 x, z 方向直線運動水平移(surge)、垂直移(heave)及對垂直於 xz 面的回轉運動橫轉(roll)等 3 種運動,由於自由度有 3 度,故解析浮體運動時必須解 3 元 1 次聯立方程式。

浮體 B 浮游在水面附近,其水中部份表面積為 A,以 $\bar{x}\,\bar{z}$ 座標系固定於浮體 B,其重心位置以($\bar{x}_0, \bar{z}_0$)表示,另外取 xz 座標系原點固定於靜水面上,取 x 軸向右,z 軸為鉛直向上。當浮體在靜止狀態時,$\overline{xz}$ 座標系重心位置與 xz 座標系浮體重心位置(x_0, z_0)相重合。若浮體在重心附近對作 δ 回轉,依座標變換法則可得 2 座標系間第 1 近似變換如下

$$\begin{aligned} \bar{x} &= x-(x_0-\bar{x}_0)+\delta(z-\bar{z}_0) \\ \bar{z} &= z-(z_0-\bar{z}_0)-\delta(x-\bar{x}_0) \end{aligned} \tag{1}$$

若 $z = \varsigma(x,t)$ 表示浮體水中部份表面方程式,則可由上式得

$$\zeta = -\left[(x_0-\bar{x}_0)-\delta(z-\bar{z}_0)\right]\zeta_x+\left[(z_0-\bar{z}_0)+\delta(x-\bar{x}_0)\right] \tag{2}$$

$\varsigma_x, -1$ 分別為靜止狀態時,浮體水中部份表面 A 法線在 x, z 方向分量。

若流體運動具有下式所示速度勢 $\Phi(x,z;t)$

$$\Phi(x,z;t) = \frac{\varsigma_0 g}{\sigma}\phi(x,z)e^{-i\sigma t} \tag{3}$$

ς_0 為入射波振幅,σ 為週頻率(=2π/T,T 為波週期),由於

$$d\zeta/dt = u\zeta_x + w\zeta_z + \zeta_t = 0 \tag{4}$$

上式可改寫為

$$\Phi_x\zeta_x - \Phi_z + \zeta_t = 0 \tag{5}$$

從上式得浮體表面邊界條件如下:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\upsilon} = \frac{\partial x_0}{\partial t}\frac{\partial x}{\partial\upsilon}+\frac{\partial z_0}{\partial t}\frac{\partial z}{\partial\upsilon}+\frac{\partial\delta}{\partial t}\left[(x-\bar{x}_0)\frac{\partial z}{\partial\upsilon}-(z-\bar{z}_0)\frac{\partial x}{\partial\upsilon}\right] \tag{6}$$

υ 為浮體表面向外法線。$\bar{x}\,\bar{z}$ 座標系與 xz 座標系間的關係如下

$$\left.\begin{aligned} x_o &= \bar{x}_0 + \xi e^{i\sigma t} \\ z_o &= \bar{z}_0 + \eta e^{i\sigma t} \\ \delta &= \omega e^{i\sigma t} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

將上式代入(6)式,為便於數值計算,進行法線方向與切線方向微分轉換,得下所示浮體表面邊界條件。

$$\bar{\phi}=i\,\frac{\sigma^{2}}{g}\left\{\frac{\xi}{\zeta_{o}}\frac{dz}{ds}-\frac{\eta}{\zeta_{o}}\frac{dx}{ds}-\frac{\omega}{\zeta_{o}}\left[\left(x-\overline{x_{o}}\right)\frac{dx}{ds}+\left(z-\overline{z_{o}}\right)\frac{dz}{ds}\right]\right\} \tag{8}$$

(x，z)表示浮體表面座標，s為沿表面積分路線。

浮體作自由浮體運動或被張緊繫留索繫留時的運動，不考量繫留索運動對慣性質量和流體抵抗影響時，作用於浮體作用力如下

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^{2}x_{o}}{dt^{2}} &= P_{x}+F_{x} \\ m\frac{d^{2}z_{o}}{dt^{2}} &= P_{z}+P_{s}+F_{z} \\ I_{\theta}\frac{d^{2}\delta}{dt^{2}} &= T_{\theta}+T_{s}+M_{\theta} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

m為浮體質量，I_{θ}為對重心的慣性力矩，P_x、P_z及T_θ為流體壓力作用於浮體x、z方向分力及對重心力矩，P_s及T_s為靜水壓z方向復原力(restoring force)及復原力矩。

流體密度為ρ時，作用於浮體的流體力P_x、P_z及T_θ為

$$\left.\begin{aligned} P_{x} &= -i\,\rho g\zeta_{o}e^{i\sigma t}\int_{s}\phi\frac{\partial x}{\partial n}ds \\ P_{z} &= -i\,\rho g\zeta_{o}e^{i\sigma t}\int_{s}\phi\frac{\partial z}{\partial n}ds \\ T_{\theta} &= -i\,\rho g\zeta_{o}e^{i\sigma t}\int_{s}\phi\left[\left(x-\overline{x_{o}}\right)\frac{\partial z}{\partial n}-\left(z-\overline{z_{o}}\right)\frac{\partial x}{\partial n}\right]ds \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

浮體在靜水面長度為$2\ell_o$時，P_s及T_s為

$$\left.\begin{aligned} P_{s} &= -2\rho g\ell_{o}\eta e^{i\sigma t} \\ T_{s} &= -\rho gV\left[\frac{3}{2}\frac{\ell_{o}^{3}}{V}-\left(\overline{z_{o}}-z\right)\right]\omega e^{i\sigma t} \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

V為浮體水中部份體積。

F_x、F_z及M_θ為浮體運動引起繫留力及力矩，作用力大小隨浮體形狀、繫留索特性及配置方式而異。

針對2條繫留索繫留於(a_o^1,b_o^1)及(a_o^2,b_o^2)，繫留角度為與水平軸呈β_1及β_2，繫留索彈性係數為K_o，繫留索水平、垂直方向反力及力矩分別為K_{xx}^1、K_{zx}^1、$K_{\theta x}^1$；K_{xz}^1、K_{zz}^1、$K_{\theta z}^1$；$K_{x\theta}^1$、$K_{z\theta}^1$、$K_{\theta\theta}^1$；K_{xx}^2、K_{zx}^2、$K_{\theta x}^2$；K_{xz}^2、$K_{\theta z}^2$、$K_{x\theta}^2$；K_{zz}^2、$K_{z\theta}^2$、$K_{\theta\theta}^2$時，F_x、F_z及M_θ為

$$\left.\begin{aligned} F_{x} &= -\left[\left(K_{xx}^{1}+K_{xx}^{2}\right)\xi-\left(K_{x\theta}^{1}+K_{x\theta}^{2}\right)\omega\right]e^{i\sigma t} \\ F_{z} &= -\left(K_{zz}^{1}+K_{zz}^{2}\right)e^{i\sigma t} \\ M_{\theta} &= -\left[\left(K_{\theta x}^{1}+K_{\theta x}^{2}\right)\xi-\left(K_{\theta\theta}^{1}+K_{\theta\theta}^{2}\right)\omega\right]e^{i\sigma t} \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

$$\left.\begin{aligned}
&K_{xx}^{1}=\frac{K_o}{\rho g}\cos^2\beta_1 \quad , \quad K_{xx}^{2}=\frac{K_o}{\rho g}\cos^2\beta_2\\
&K_{zz}^{1}=\frac{K_o}{\rho g}\sin^2\beta_1 \quad , \quad K_{zz}^{2}=\frac{K_o}{\rho g}\sin^2\beta_2\\
&K_{\theta\theta}^{1}=\frac{K_o S_1^2}{\rho g}\cos^2\beta_1 \quad , \quad K_{\theta\theta}^{2}=\frac{K_o S_2^2}{\rho g}\cos^2\beta_2\\
&K_{x\theta}^{1}=\frac{K_o S_1}{\rho g}\cos^2\beta_1 \quad , \quad K_{x\theta}^{2}=\frac{K_o S_2}{\rho g}\cos^2\beta_2
\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

$$\left.\begin{aligned}
&S_1=b_o^1-\overline{z_o}-\left(a_o^1-\overline{x_o}\right)\tan\beta_1\\
&S_2=b_o^2-\overline{z_o}-\left(a_o^2-\overline{x_o}\right)\tan\beta_2
\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

將(1)、(4)～(6)式代入(3)式得

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\xi}{\zeta_o}=\frac{i}{\gamma}\int_s \phi(x,z)\left\{K_{\theta x}\left(x-\overline{x_o}\right)dx+\left[K_{\theta x}\left(z-\overline{z_o}\right)-\alpha_3\right]dz\right\}\\
&\frac{\eta}{\zeta_o}=\frac{i}{\alpha_2}\int_s \phi(x,z)dx\\
&\frac{\omega}{\zeta_o}=\frac{i}{\gamma}\int_s \phi(x,z)\left\{\alpha_1\left(x-\overline{x_o}\right)dx+\left[\alpha_1\left(z-\overline{z_o}\right)-K_{x\theta}\right]dz\right\}
\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

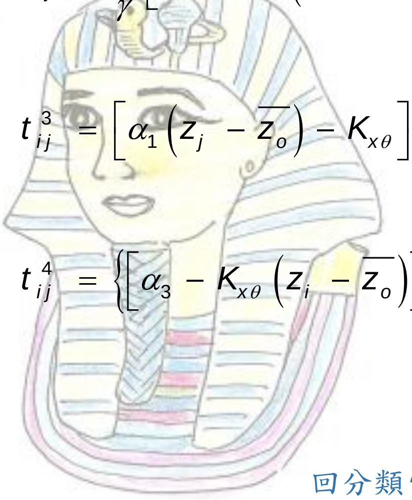
$$\left.\begin{aligned}
&\alpha_1=K_{xx}-M\frac{\sigma^2}{g} \quad , \quad K_{xx}=\left(K_{xx}^1+K_{xx}^2\right)\\
&\alpha_2=K_{zz}-M\frac{\sigma^2}{g}+2\ell_0 \quad , \quad K_{zz}=\left(K_{zz}^1+K_{zz}^2\right)\\
&\alpha_3=K_{\theta\theta}-I_\theta\frac{\sigma^2}{g} \quad , \quad K_{\theta\theta}=\left(K_{\theta\theta}^1+K_{\theta\theta}^2\right)\\
&\gamma=\alpha_1\alpha_3-K_{\theta x}{}^2 \quad , \quad K_{\theta x}{}^2=\left(K_{\theta x}^1+K_{\theta x}^2\right)
\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

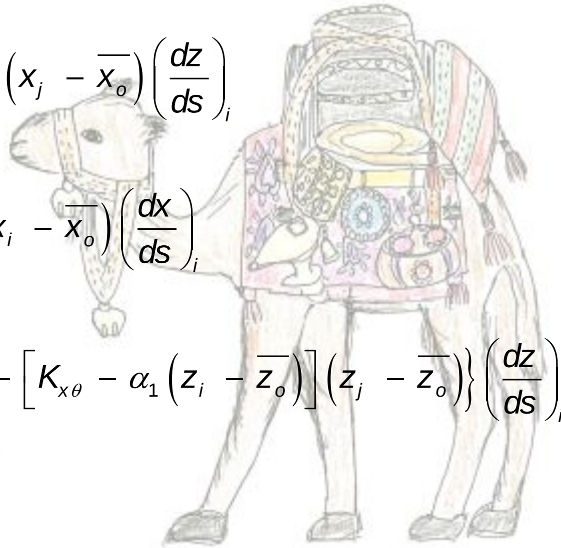
將(9)式代入(2)式，得浮體表面上ϕ與$\overline{\phi}$間的關係式，以矩陣形式表示如下

$$\left\{\overline{\phi}\right\}=\left[T\right]\left\{\phi\right\}$$

$$t_{ij}=\left(t_{ij}^1-t_{ij}^2\right)dx_j+\frac{1}{\gamma}\left(t_{ij}^3+t_{ij}^4\right)dz_j$$

$$\left.\begin{aligned}
t_{ij}^{1} &= \left[\frac{1}{\alpha_2} + \frac{\alpha_1}{\gamma}\left(x_j - \overline{x_o}\right)\left(x_i - \overline{x_o}\right)\right]\left(\frac{dx}{ds}\right)_i \\
t_{ij}^{2} &= \frac{1}{\gamma}\left[K_{x\theta} - \alpha_1\left(z_i - \overline{z_o}\right)\right]\left(x_j - \overline{x_o}\right)\left(\frac{dz}{ds}\right)_i \\
t_{ij}^{3} &= \left[\alpha_1\left(z_j - \overline{z_o}\right) - K_{x\theta}\right]\left(x_i - \overline{x_o}\right)\left(\frac{dx}{ds}\right)_i \\
t_{ij}^{4} &= \left\{\left[\alpha_3 - K_{x\theta}\left(z_i - \overline{z_o}\right)\right] - \left[K_{x\theta} - \alpha_1\left(z_i - \overline{z_o}\right)\right]\left(z_j - \overline{z_o}\right)\right\}\left(\frac{dz}{ds}\right)_i
\end{aligned}\right\}$$





載滿珠寶的駱駝

回分類索引　回海洋工作站

2011 埃及尼羅河之旅

載滿貨品的驢子

阿拉丁神燈